

Matematika 1

9. sklop nalog

Nedoločeni integral

(4) Izračunaj integrale trigonometričnih funkcij:

(a) $\int \frac{1}{5 + 4 \cos x} dx,$

(b) $\int \frac{1}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x} dx,$

(c) $\int \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx.$

(5) Izračunaj integrale iracionalnih funkcij:

(a) $\int \frac{1}{\sqrt{x + x^2}} dx,$

(b) $\int \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}} dx,$

(c) $\int \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + 4x}} dx$

Določeni integral

(1) Izračunaj določeni integral $\int_0^1 x^2 dx$ s pomočjo prevedbe na Riemannovo vsoto.

(2) Izračunaj določena integrala s pomočjo Newton-Leibnizeve formule:

(a) $\int_0^{2\pi} \cos^2 x dx,$

(b) $\int_0^\pi \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}} dx.$

(3) S trapezno metodo za $n = 4$ in Simpsonovo metodo za $n = 2$ približno izračunaj integral

$$\int_0^\pi \frac{\sin x}{x} dx.$$

(4) Izračunaj izlimitirana integrala:

(a) $\int_0^a \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx, \quad a > 0,$

(b) $\int_e^\infty \frac{dx}{x \ln x}.$

(5) Povprečna hitrost molekul kisika pri temperaturi T je enaka

$$\bar{v} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} 4\pi \int_0^{\infty} v^3 e^{-\frac{m}{2kT}v^2} dv,$$

kjer je $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ in $m = 5.31 \cdot 10^{-26} kg$. Izračunaj povprečno hitrost molekul kisika pri temperaturi $T = 300K$.

(6) Ugotovi, ali izlimitirana integrala konvergirata ali divergirata:

(a) $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^3+1} dx,$

(b) $\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx.$