

# Matematika 1

## 7. sklop nalog

---

### Odvod

(1) Izračunaj njihove odvode, nato pa nariši v isti diagram grafe funkcij:

$$f(x) = \arctg x, \quad g(x) = \frac{1}{2} \arctg \frac{2x}{1-x^2}, \quad h(x) = -\arctg \frac{x+1}{x-1}.$$

(2) Naj bo  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$  za  $x \geq -1$  in  $x \neq 0$ . Razširi  $f$  tako, da bo zvezna v točki  $x = 0$  in dokaži, da je razširjena funkcija odvedljiva v točki  $x = 0$ .

(3) Naj bo

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & ; x \neq 0, \\ 0 & ; x = 0. \end{cases}$$

Dokaži, da je funkcija  $f$  zvezna, povsod odvedljiva in ni zvezno odvedljiva v točki  $x = 0$ .

(4) S pomočjo Lagrangevega izreka dokaži, da za  $0 \leq a < b < \frac{\pi}{2}$  velja

$$\frac{1}{\cos^2 a} < \frac{\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a}{b - a} < \frac{1}{\cos^2 b}.$$

(5) S pomočjo L'Hospitalovega pravila izračunaj limite funkcij:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\ln(x+1)},$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x, \quad n \in \mathbb{N},$

(c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n e^{-x}, \quad n \in \mathbb{N},$

(d)  $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \operatorname{tg} \frac{x}{2},$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x,$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} (e^{2x} + x)^{1/x}.$

(6) Izračunaj polinomske asimptote danih funkcij:

(a)  $f(x) = \sqrt{x^2 + x},$

(b)  $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}.$

(7) Skiciraj grafe funkcij:

(a)  $f(x) = x \ln^2 x,$

(b)  $f(x) = \arctg \left( 1 + \frac{1}{x} \right),$

(c)  $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-2}}.$

(8) Skiciraj graf Gaussove funkcije

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

kjer je  $\mu \in \mathbb{R}$  in  $\sigma > 0$ . Kakšen je pomen parametrov  $\mu$  in  $\sigma$ ?