

Matematika 1

11. sklop nalog

Uporaba integrala

(8) Dan je krožni lok

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = R^2, 0 \leq x \leq R, 0 \leq y \leq R\},$$

kjer je R pozitivno realno število. Kolikšna je površine vrtenine, ki jo dobimo, če dani lok zavrtimo okoli premice $y = R - x$?

(9) Izračunaj volumen telesa, ki ga dobimo kot presek dveh središčno in pravokotno sekajočih se valjev enakih polmerov.

Taylorjeva vrsta

(1) Izračunaj Taylorjeve polinome:

- (a) reda 2 funkcije $f(x) = x \ln^2 x$ okoli točke $a = 1$,
- (b) reda 4 funkcije $p(x) = x^4 + x^2 + 1$ okoli točke $a = -1$,
- (c) reda 2 funkcije $E(v) = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ okoli točke $a = 0$.

(2) (a) Kakšno napako naredimo pri aproksimaciji $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$, če je $|x| < \frac{1}{2}$?
(b) Kateri Taylorjev polinom moramo vzeti, da bo napaka manjša od 0.001?

(3) Izračunaj limite s pomočjo razvoja v Taylorjevo vrsto:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos x}$,
- (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[2n]{x^{2n} + x^{2n-1}} - \sqrt[2n]{x^{2n} - x^{2n-1}} \right)$, $n \in \mathbb{N}$.

(4) Izračunaj konvergenčni polmer in območje konvergence naslednjih potenčnih vrst:

- (a) $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n$,
- (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$,
- (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{4^n n}$.