

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

Fizikalna merilna tehnika, visokošolski študij

1. december 2009

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. [20] Na množici $M \subseteq \mathbb{R}$ je dan predpis

$$d : M \times M \rightarrow \mathbb{R}, \quad d(x, y) := |e^{x^2} - e^{y^2}|.$$

(a) [10] Ali je (M, d) metrični prostor za $M = [0, \infty)$?

(b) [10] Ali je (M, d) metrični prostor za $M = \mathbb{R}$?

Odgovore ustrezno utemeljite.

2. [15] V metričnem prostoru \mathbb{R}^2 z metriko

$$d_2((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

določite vse točke, ki so bolj oddaljene od točke $(1, 1)$ kot od točke $(0, 2)$. Množico točk tudi narišite.

3. [15] Podano je zaporedje $\{\mathbf{a}_n\}$ v \mathbb{R}^2 ,

$$\mathbf{a}_n = \left(\frac{2n-1}{\sqrt{n^2+2}}, \left(\frac{3n+4}{3n+1} \right)^{2n} \right).$$

Izračunajte limito.

4. [15] Dana je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 1 - \frac{1}{4} \sin(2x).$$

S pomočjo izreka o fiksni točki dokažite, da ima enačba $f(x) = x$ natanko eno rešitev. Kako bi jo poiskali?

5. [20] Funkcijo

$$f(x) = |x| - 1$$

razvijte v Fourierovo vrsto na intervalu $(-\pi, \pi)$.

6. [15] Določite in narišite definicijsko območje funkcije

$$f(x, y) = \log(y + x^2 - 1) + \frac{1}{\sqrt{1 + x^2 - y}}.$$

Veliko uspeha pri reševanju!