

Naloga	1	2	3	4	5	6	Σ
Točke							

1. KOLOKVIJ Matematika 2, FMT

6. december 2013

Ime in priimek: _____ Vpisna številka: Koordinate:

1. [15] Na $C[-1, 1]$ vzemimo max-metriklo, tj. $d(f, g) = \max\{|f(x) - g(x)|; x \in [-1, 1]\}$. Ali funkcija $f(x) = e^x - 1$ leži v odprti krogli s središčem $g(x) = x$ in polmerom 1?

2. [15] Poišči vse (pozitivne) rešitve enačbe $e^{-x} = 2x$ na dve decimalki natanko.
Namig. Poišči ustrezen metrični prostor M in ustrezno skrčitev $f : M \rightarrow M$, da bodo fiksne točke f ravno rešitve gornje enačbe. Nato uporabi izrek o fiksni točki.

3. [15] Za spodnji limiti doliči, ali obstajata. Če da, ju tudi izračunaj.

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{xy^2}{(x-1)^2+y^2} \qquad (b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^2+y^2}$$

4. [20] Funkcijo $f(x) = |\sin(x)|$ razvij v Fourierovo vrsto na intervalu $[-\pi, \pi]$.

5. [20+5] Dana je preslikava $d : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_1^3 - x_2^3| + |y_1 - y_2|$.

(a) Dokaži, da je d metrika na \mathbb{R}^2 .

(b) Skiciraj krogo $K((0, 0), 8)$.

(c) Skiciraj nivojnice funkcije $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, podane s predpisom $f(x, y) = |x^3| + |y|$. [+5]

6. [15] Določi in skiciraj definicijsko območje funkcije $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, podane s predpisom

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x - \sqrt{y}}}{\ln\left(1 - x^2 - \frac{y^2}{4}\right)}.$$