

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

Fizikalna merilna tehnika

24. november 2010

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. [20] Naj bo $d_1((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ metrika na \mathbb{R}^2 in $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \min\{1, d_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})\}$.

(a) Preveri da je (\mathbb{R}^2, d) metrični prostor.

(b) Določi $K(0, \frac{1}{2})$, $K(0, 1)$ in $K(0, 2)$.

2. [20] Metrični prostor zveznih funkcij $\mathcal{C}[0, 1]$ opremimo z metriko $d_\infty(f, g) = \max_{x \in [0, 1]} |f(x) - g(x)|$. Naj bo $f(x) = \sqrt{x}$ in $g(x) = x$. Določi razdaljo med f in g v metriki d_∞ .

3. [20] S pomočjo izreka o fiksni točki pokaži da ima enačba $\ln(x + 3) = x$ na $[\frac{5}{4}, \infty)$ natanko eno rešitev. Izračunaj rešitev na 3 decimalna mesta natančno.

4. [20] Razvij funkcijo $f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$ po funkcijah $\{\cos(kx)\}_{k \in \mathbb{N}}$ na intervalu $[0, \pi]$. Najprej razširi funkcijo do sode funkcije na $[-\pi, \pi]$ in uporabi standarden Fourierov razvoj na $[-\pi, \pi]$.

5. [20] Funkcijo $f(x) = \begin{cases} 1 & ; -\pi \leq x \leq 0 \\ 0 & ; 0 < x \leq \pi \end{cases}$ razvij v Fourierovo vrsto na intervalu $[-\pi, \pi]$.

6. [15] Skiciraj definicijsko območje funkcije $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + \sqrt{(x + y)x}$.