

MATEMATIKA 2 (FMT) — 4. kolokvij

Čas pisanja: 90 min. Zbrati je možno 100 točk.

Lahko pišete s svinčnikom.

18. maj 2015

1. (20 točk) Z odvajanjem pod integralskim znakom, ali z zamenjavo vrstnega reda integracije, izračunaj za $b \geq a > 0$:

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} dx.$$

2. (20 točk) Poišči volumen območja med paraboloidoma $z = x^2 + y^2$ in $z = \frac{3}{2}x^2 + 2y^2$, na območju $[-1, 1] \times [-1, 1]$ (tj. pri $-1 \leq x, y \leq 1$).

3. (20 točk) Izračunaj:

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-(x+y)^2} dx dy.$$

Namig: Transformacija koordinat: $u = x + y$, $v = y - x$.

4. (20 točk) Izračunaj vztrajnostni moment homogenega stožca z radijem osnovne ploskve R , višino h , ter gostoto ρ , okoli simetrijske osi.
5. (20 točk) Naj bosta $\{a, h\} \subset (0, \infty)$ konstanti. Uporabi Gaussov izrek, da določiš pretok $\iint_{\partial C} \vec{R} \cdot \vec{N} dS$ vektorskega polja $\vec{R} = (x^2, y, z)$ skozi rob ∂C cilindra $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq a^2, 0 \leq z \leq h\}$, orientiranega tako da kaže normalni vektor \vec{N} navzven.