0.1. **DE z ločljivimi spremenljivkami**

. $f(x)dx = g(y)dy$. Integriramo in dobimo rešitev v obliki $F(x) = G(y) + C$.

1. Poišči splošno rešitev naslednjih DE:

- $9yy' + 4x = 0$.
- $y' = -2xy$, $y(0) = 1$.
- $y' = (1 + x)(1 + y^2)$
- $x^2y^2y' + 1 = y$
- $y' = (1 + y^2)/(1 + x^2)$
- $(xy - x)dx + (xy + x - y - 1)dy = 0$.

2. Krogla mase m prosto pada (gravitacijski pospešek g). Pri tem jo zavira upor zraka, ki je sorazmeren s kvadratom hitrosti padanja krogle. Izpelji DE $mv' = mg - kv^2$ in jo reši.

3. Kovinsko kroglo segreto na $100C$ potopimo v vodo s temperaturo $30C$. Po 3 minutah se krogla ohladi na $70C$. Po kolikšnem času se krogla ohladi na $50C$? Predpostavi, da je hitrost ohlajanja sorazmerna temperaturni razliki.

4. Tekočina z zelo majhno viskoznostjo izteka skozi okroglo odprtino na dnu valjaste posode. Kako se gladina tekočine spreminja s časom? Predpostavi, da je hitrost iztekanja enaka $\sqrt{2gh}$, kjer je h višina gladine in g gravitacijski pospešek.

0.2. **Homogene DE**

. V enačbo $y' = f(y/x)$ uvedemo novo spremenljivko (= funkcijo) $y(x) = u(x)x$. Dobimo $y' = u'x + u$ in $u'x + u = f(u)$.

1. Določi splošno rešitev :

$y' = (x + y)/(x - y)$.
$y' = 2xy/(x^2 - y^2)$.
$xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$.

0.3. **Eksaktne DE.**

. DE $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ je **eksaktna** če je $P_y - Q_x = 0$. V tem primeru je rešitev oblike $F(x, y) = C$, kjer je $F_x = P$ in $F_y = Q$.

1. Reši DE $(2x^3 - xy^2)dx + (2y^3 - x^2y)dy = 0$.

2. Reši DE $\exp(y)dx + (x \exp(y) - 2y)dy = 0$.

Kadar enačba ni eksaktna, jo lahko pomnožimo z ustrezno funkcijo $M(x, y)$ (**integrirajoči množitelj**); nova enačba $MPdx+MQdy = 0$ postane eksaktna.

1. Poišči integrirajoči množitelj oblike $M(x)$ in reši DE $(x^2+y)dx-xdy = 0$.

2. Poišči integrirajoči množitelj oblike $M(Y)$ in reši DE $y(1+xy)dx-xdy = 0$.

0.4. **Linearne DE 1. reda**

. $y' + p(x)y = q(x)$. Najprej poiščemo rešitev y_h homogene enačbe $y' + p(x)y = 0$. Nato z metodo variacije konstante poišcemo partikularno rešitev originalne enačbe v obliki $y_p = C(x)y_h$.

1. Določi splošno rešitev:
$y' + 2y = 4x$
$y' + 2xy = xe^{-x^2}$
$y' + y = \cos(x)$.

2.Določi družino krivulj, pravokotnih na družino krivulj

- $y = a \exp(x)$
- $y^2 = 4(x - a)$
- $x^2 + y^2 - 2ax = 0$.

Najprej z odvajanjem zapiši DE ki določa družino (s tem dobiš polje smeri).

3. (a) V posodo prostornine a priteka b litrov/s sveže vode; odvečna voda odteka iz posode. Na začetku je v posodi raztopljenih c kg soli. Poskrbljeno je za enakomerno mešanje. Kako se količina soli spreminja s časom ?

(b) V posodo s svežo vodo je speljan odtok iz posode v (a). Odvečna voda odteka iz posode. Poskrbljeno je za enakomerno mešanje. Kako se količina soli spreminja s časom ? Kakšna je maksimalna količina soli in kdaj je dosežena?

4. Določi enačbo krivulje $y = y(x)$ z lastnostjo: Naj bo A tocka na krivulji, B presečišče tangente z y-osjo, $O = (0, 0)$. Želimo da je $|AB| = |AO|$ v vsaki točki krivulje.

0.5. **Bernoullijeva enačba**

. $y' + p(x)y = q(x)y^a$, $a \neq 0, 1$. Enačbo delimo z y^a in dobimo $y'y^{-a} + py^{1-a} = q$. Uvedemo novo spremenljivko (=funkcijo) $u = y^{1-a}$.

1. Reši enačbe
$y' + 2yx^{-1} = 1/2x^{-4}y^{-1}$
$yy' + xy^2 - x = 0$, $y(0) = -1$.

0.6. **Linearne DE 2. reda**

. 1. Poišči splošno rešitev:
$y'' + y' - 2y = 0$
$y'' - 4y' = 0$
$3y'' - 2y' - 8y = 0$.

2. Poišči splošno rešitev:
$y'' - 6y' + 9y = 2x^2 - x + 3$
$2y'' + 5y' = exp(-5/2x)$
$2y'' + 5y' = \cos(x)$
$y'' + y = \sin(x)$ in $y(\pi/2) = 0$,$y'(\pi) = -1/2$.

3. Znižaj red in reši enačbo
$xy'' = y'$
$(y'')^2 = y'$.
$y^{(4)} - 2y^{(3)} + 2y'' = 0$.