Domače naloge iz Matematične fizike za Fizikalno merilno tehniko, 18.1.2010

1. Zatesnjeno, valjasto posodo z idealnim plinom enakomerno vrtimo okrog geometrijske osi s kotno hitrostjo ω. Po dolgem času se v ravnovesju plin vrti enakomerno skupaj s posodo, tako da glede na vrteč koordinatni sistem vse skupaj miruje. Poišči ravnovesno porazdelitev vrtečega plina, npr. gostoto v odvisnosti od razdalje od osi. [Tekavec]

2. Poišči ravnovesno obliko enakomerno vrtečega milnega mehurčka. Predpostavi, da se tudi na zunanji strani mehurčka zrak skupaj z njim enakomerno vrtinči, vendar pa da je tlak (zunaj) povsod enak. Predpostavi, da poznaš vse fizikalne parametre, ki jih potrebuješ. [Lopič]

3. Na nasprotna pola polne kovinske krogle z radijem R in specifično električno upornostjo ζ pritisnemo dva kovinska kontakta (s stikoma v obliki kroga - oz natančneje, krogelne kapice - s polmerom $r \ll R$) med katerima je napetost U. Izračunaj celoten tok, ki teče skozi kroglo in porazdelitev električnega potenciala (napetosti) v krogli. Kakšne oblike so ekvipotencialne ploskve? [Gradišar]

4. Podobna naloga kot prejšja, le da za tanko kovinsko krogelno lupino (npr. debeline $d \ll r \ll R$). [Jamnik]

5. Snov A ima konstanto toplotne prevodnosti odvisno od absolutne temperature kot $\lambda_A(T) = \lambda' T^{1/2}$, snov B pa ima od temperature približno neodvisno λ_B. Iz dveh zaporednih enako debelih plasti snovi A in B z debelinama po d in površino S napravi "toplotno diodo". Izračunaj razmerje toplotnih tokov skozi takšen "sendvič", če je enkrat na levi strani temperatura T_1 in na desni T_2, drugič pa kontaktna zamenjamo (ali sendvič obrnemo). [Jerala]

6. Podobna naloga kot zgornja, le da imata obe snovi linearno odvisnost toplotnih prevodnosti od temperatur $\lambda_A = \lambda_{A1} + \lambda'_A(T - T_1)$ in $\lambda_B = \lambda_{B1} + \lambda'_B(T - T_1)$. [Karelec]

7. Izdelali smo generator naključnih števil, ki ob pritisku na tipko "izpljune" celo število x med 1 in b, npr $b = 10$. Posamezna števila so povsem nekorelirana, z izjemo preproste korelacije, namreč nikoli se nobeno število ne ponovi. Kako so porazdeljene vsote n zaporednih

števil, ki jih izvrže naš generator, $z = \sum_{j=1}^{n} x_j$. Kolikšna je efektivna napaka (oz. variacija) z glede na generator, ki bi generiral zares povsem nekorelirana števila? Če se ti zdi račun za končen n prezepleten, računaj zgolj v limiti velikih n. [Vodopivec]

8. Podobna naloga kot zgornja, le da ne dovolimo ponavljanja pri treh zaporednh naključnih številih. [Centrih]

9. Model naključne hoje. Pijanec hodi po cesti tako, da v vsakem trenutku (npr. sekundi), napravi en korak, z verjetnostjo 1/2 naprej in z verjetnostjo 1/2 nazaj. Študiraj porazdelitev števila korakov, ki jih naredi pijanec zaporednoma v isto smer, preden "obrne".

   Kako bi izgledala pijančeva hoja, če nikoli ne bi dovolili da stori več kot r zaporednih korakov v isto smer? Primerjaj variacijo (povprečen kvadrat prepetovane poti v odvisnosti od časa $\langle x^2(t) \rangle$) za različne r. [Grčar]

10. Študiraj model naključne hoje, pri katerem si pijanec zapomni smer zadnjega koraka in "obrne" z verjetnostjo $p < 1/2$. Študira,j kako je variacija (povprečen kvadrat prepetovane poti v odvisnosti od časa $\langle x^2(t) \rangle$) odvisna od p. [Luzar]

11. V sobi je "slepa" muha in odprto okno. Soba ima obliko kocke s stranico a, okno pa ima obliko kvadrata s stranico $b < a$ in se nahaja na sredini ene od sten sobe. V nekem trenutku spustimo muho iz središča sobe. Muha leti ves čas z enakomerno hitrostjo v, vendar pa vsako delček sekunde Δt spremeni smer hitrosti enakomerno v prostorskem kotu $\Delta\Omega$ (to je stožec s kotom $\Delta\theta$ pri vrhu). Kadar se muha zaleti v steno, naslednji hip odleti proč od stene v povsem naključni smeri.

    Koliko časa v povprečju muha potrebuje, da odleti skozi okno? Kako je ta čas odvisen od hitrosti v in kako od Δt in $\Delta\theta$? [Košir]

12. Podobna naloga kot zgoraj, le v dveh dimenzijah, npr za žuželko, ki jo zapremo v kvadratno ograd z malimi vratci. [Lipaj]

13. Dve nasprotni ploskvi kocke s stranico a sta enakomerno nabiti z nasprotnima nabojema e in $-e$. Izračunaj električni potencial v prostoru daleč od kocke in določni efektivni dipolni moment kocke. [Lenarčič]

14. Dva nasprotna robova pravilnega tetraedra s stranico a, to sta daljici, ki povezujeta oglišča tetraedra in se ne stikata, sta enakomerno nabita

z nabojema e in $-e$. Izračunaj električni potencial v prostoru daleč od tetraedra in določni njegov efektivni dipolni moment. [Debevec]

15. Imamo dva enakomerno nabita koncentrična obroča, enega v drugem, prvi ima polmer r_1 in naboj e, drugi pa polmer r_2 in naboj $-e$. Zapiši električno poljsko jakost daleč stran od obročev? [Koprivc]

16. Imamo dve superprevodni kovinski zanki s polmeroma r_1 in r_2, koncentrično eno v drugi. Po prvi s polmerom r_1 teče električni tok I v eno smer, po drugi s polmerom r_2 pa enak tok I v nasprotno smer. Zapiši magnetno polje v prostoru, posebej v osi obročev in daleštran. [Schnabl]

17. V ogliščih kvadra s stranicami a, b in c so ležijo fiksni naboji e. V središče kvadra pa postavimo prost delec z maso m in enakim nabojem e? Poišči pogoje na razmerje stranic a/b in a/c, da bo ravnovesna lega prostega naboja v središču kvadra stabilna? Zatem poišči lastne frekvence za mala nihanja prostega naboja okrog ravnovesne lege? [Lužnik]

18. Štiri enake mase m so linearno razporejene ter povezane med seboj z enakimi vzmetmi s konstantami k, robni masi pa sta povezani še s fiksnima stenama. Določi lastne frekvence in lastne nihajne načine takšnega sistema nihal. [Sobočan]

19. Imamo N čebrov s prostornino V. Iz vsakega od čebrov do vsakega drugega je napeljan en par cevi, po eni teče tekočina v eno smer z volumskim pretokom ϕ, po drugi pa v nasprotno z enakim pretokom. V začetku imamo v vseh čebrih čisto vodo, potem pa enega izmed njih "zastrupimo" s koncentracijo umazanije c_0. Izračunaj koncetracijo umazanije kot funkcijo časa $c(t)$ v vsakem od čebrov, npr za $N = 2, 3, 4$ ali za splošen N. [Semenič]

20. Podobno kot zgoraj, le za krožno razporeditev čebrov. [Pečnik]

21. Podobno kot zgoraj, le za linearno razporeditev čebrov. [Makivič]