Domače naloge iz Matematične fizike za FMT, 31.1.2011

1. Lijak v obliki prisekanega stožca, polmer kot funkcijo višine $r(z)$, $z \in [0, h]$ naj opisuje funkcija $r(z) = \alpha z + r_0$, do roba $z = h$ napolnimo z vodo, potem pa dno (pri $z = 0$) odpremo, tako da začne voda spodaj prosto odtekati. Čez koliko časa se lijak povsem izprazni? [Pirnat]

2. Lijak v obliki navzgor obrnjene trobente, polmer kot funkcijo višine $r(z)$, $z \in [0, h]$ naj opisuje funkcija $r(z) = 1/(a + h - z)$, do roba $z = h$ napolnimo z vodo, potem pa dno (pri $z = 0$) odpremo, tako da začne voda spodaj prosto odtekati. Čez koliko časa se lijak povsem izprazni?[Cotič]

3. Tanko cev dolžine $l = \pi$m oblikujemo v obliki polkroga polmera $r =$ 1m v vertikalni ravnini in jo napolnomo z vodo. Oba konca cevi v hipu odpremo in opazujemo oddetaknje vode. Opiši odtekanje vode. Kolikšna je največja hutrost s katero curlja voda ven na spondjem koncu? [Klačišar]

4. Nekje v notranjosti steklene krogle s polmerom $r = 10$cm, npr v razdalji $x = 5$cm od središča, imamo izotropen skoraj točkast izvor svetlobe. Zapiši verjetnostno porazdelitev poti žarkov v steklu po dolžinah, preden ti zapustijo stekleno kroglo.

5. V središču steklene kocke s stranico $a = 20$cm imamo izotropen skoraj točkast izvor svetlobe. Zapiši verjetnostno porazdelitev poti žarkov v steklu po dolžinah, preden ti zapustijo stekleno kocko.

6. V geometrijskem središču enoosnega cigarastega elipspoida, z malo polosjo $a = 10$cm in veliko polosjo $b = 20$cm, ki je izbrušen iz stekla, imamo izotropen skoraj točkast izvor svetlobe. Zapiši verjetnostno porazdelitev poti žarkov v steklu po dolžinah, preden ti zapustijo elipsoid.

7. Podobna naloga kot prejšna, le da naj se svetilo nahaja v gorišču elipsoida.

8. V središču svinčene kocke s stranico $a = 20$cm imamo skoraj točkast izotropen izvor žarkov γ. Absorbcijski koeficient za svinec naj bo $\mu = 0.1\text{cm}^{-1}$. Zapiši verjetnostno porazdelitev poti žarkov γ po dolžinah. Upoštevaj, da se žarel lahko ali absorbira v kocki, ali zapusti kocko.

9. V središču svinčene kocke s stranico $a = 20\text{cm}$ imamo skoraj točkast izotropen izvor žarkov γ. Absorbcijski koeficient za svinec naj bo $\mu = 0.1\text{cm}^{-1}$. Izračunaj verjetnost, da se naključno izbrani izsevani žarek absorbira v kocki.

10. Po dolgem vodniku v obliki polkrožnega tankega žleba s polmerom $r = 5\text{cm}$ teče skupni električni tok $I = 10\text{A}$, ki je enakomerno porazdeljen po preseku kovine. Izračunaj gostoto magnetnega polja v prostoru okrog žleba. V splošnem si lahko pomagaš z računalnikom in numeričnim računom, analitično pa morda lahko poskusiš določiti magnetno polje v središču osi, ki jo dolča žleb, če bi ga dopolnili do cilindra.

11. Podobna naloga kot prejšnja, le da naj zdaj žleb nosi enakomerno ploskovno gostoto električnega naboja $\sigma_e = de/dS = 10^{-4}\text{As/m}^2$, izračunaj pa jakost električnega polja v prostoru okrog žleba, oziroma v osi. [Debevec]

12. Po zaključeni verižici z $N = 100$ členki naj se pomika mravljica. Na vsakem koraku mravljica naredi z verjetnostjo 1/2 korak v desno in z verjetnostjo 1/2 korak v levo. Izračunaj oz. simuliraj verjetnostno porazdelitev mravljice po členih verižice po t korakih, npr. kolikšna je verjetnost da najdemo mravljico na začetnem členu po $t = 1000$ korakih?

13. Vzporedno zveži, izmenoma, N parov idealnih kondenzatorjev s kapaciteto C in tuljav z induktivnostjo L. Poiščii lastna nihanja (lastne frekvence, in ustrezne amplitude tokov skozi posamezne elemente) za nekaj majhnih vrednosti N, npr. $N = 2$ ali $N = 3$.

14. Podobna naloga kot zgornja, le da vezje periodično zaključi, t.j. zadnjo tuljavo zveži spet vzporedno k prvemu kondenzatorju, in poišči lastna nihanja za poljuben N.

15. Imamo 2 čebra s prostornino V. Čebra sta povezana s parom cevi po katerih teče tekočina z volumskom pretokom V, po eni iz prvega čebra v drugega, po drugi pa iz drugega čebra v prvega. Poleg tega gresta v vsakega od čebrov še po dve cevi, po eni priteka čista voda, po drugi pa v okolico odtega tekočina, spet po obeh s pretokom ϕ. V začetku imamo v levem čebru čisto vodo, desnega pa onesnažimo z začetno koncentracijo strupa c_0. Izračunaj koncentraciji strupa v obeh

čebrih kot funkcijo časa. Kdaj je koncentracija strupa v levem čebru maksimalna?