

Domače naloge iz Matematične fizike za Fizikalno merilno tehniko, 17.1.2012 Rezervirane naloge imajo v oglatem oklepaju ime kandidata

1. Kroglo sestavljata radioaktivna uranova sredica s polmerom $R/2$ in koncentričen svinčen plašč med polmeroma $R/2$ in R . Denimo, da poznamo obe toplotni prevodnosti, specifični toploti in gostoti, urana in svinca, ter vemo, da se v uranovi sredici sprošča konstantna gostota toplotne moči q . Zunanji del plašča (pri $r = R$) hladimo na temperaturo T_0 . Izračunaj temperaturni profil v krogli $T(r)$, ter skupen toploten tok, ki se odvaaja skozi zunanji plašč krogle.
2. Podobna naloga kot prejšnja, le da za dolg valjast plašč z valjasto sredico. [Buh]
3. Podobna naloga kot prejšnja, le da za razsežno uranovo ploščo debeline d , ki jo obdajata dve razsežni svinčeni plošči debeline d .
4. Model zvezde I: V kroglasti zvezdi s polmerom R je toplotna prevodnost zaradi neenakomerne gostote snovi radialno odvisna kot $\lambda(r) = \lambda'/r$. Središče zvezde greje jedrska fuzija na temperaturo T_1 , zunanost pa odseva ves toplotni tok v okolico po Stefanovem zakonu, namreč gostota izsevanega toka na površini je sorazmerna s četrto potenco absolutne temperature površine T_0 , kot $j^* = \sigma T_0^4$. [Adamlje]
5. Model zvezde II: Podobna naloga kot prejšnja, le da zdaj predpostavi, da so toplotna prevodnost, gostota, in specifična toplota notranjosti zvezde konstantni, ter da se povsod v notranjosti zvede zaradi jedrske fuzije sproša tudi enakomerna gostota toplotne moči q . [Zakotnik]
6. Tri slučajne spremenljivke x, y, z so porazdeljene enakomerno na intervalu $[0, a]$. Izračunaj korelacijski koeficient med $\min\{x, y, z\}$ in $\max\{x, y, z\}$. [Černe]
7. Verzija zgornje naloge, če je slučajnih spremenljivk n .
8. Verzija predprejšnje naloge, le da so slučajne spremenljivke porazdeljene po Gaussovi porazdelitvi, vse s povprečjem $\bar{x} = 0$, in standardno deviacijo σ . [Jug]
9. Igle dolžine l vržemo na karirast papir s kvadratno mrežo črt v medsebojni razdalji a , tako da je $\sqrt{2}a > l$. Zapiši verjetnost, da naključno izbrana igla seka eno od črt. [Seničar]
10. Igle dolžine l vržemo na črtast papir z razdaljo a med vzporednimi črtami, tako da je l precej večja od a . Za naključno izbrano iglo,

zapiši verjetnostno porazdelitev po številu črt, ki jih igla seka. [Lukek]

11. Krogla s polmerom R je iz dveh enakomerno prostorsko nabitih polkrogel, zgornja polkrogla nosi gostoto naboja ρ_e spodnja pa $-\rho_e$. Zapiši električno poljsko jakost (in/ali električni potencial) v veliki oddaljenosti od krogle $r \gg R$ (a pod poljubnim kotom glede na polarno os krogle).
12. Podobna naloga kot prejšnja, le da za kocko z robom a sestavljeno iz dveh enakih kvadrastih nasprotno enakomerno nabitih polovic (z vi svino po $a/2$).
13. Imamo dve krožni tokovni zanki s polmerom R , ki imata skupno os in sta vzporedni, z razdaljo a med ravninama zank. Po zankah teče po velikost enak električni tok I v nasprotnih smereh. Zapiši magnetno poljsko gosototo v prosotoru na veliki razdalji od zank, $r \gg R, r \gg a$. [Hafner]
14. Zaprt model vodovoda: Osrednji čeber s prostornino NV , je povezan z N stranskimi čebri prostornine V , tako da iz vsakega stranskega čebra teče tekočina v osrednji čeber s pretokom ϕ po eni cevi, po drugi cevi z obratno enakim pretokom pa teče tekočina iz ostednjega čebra nazaj v stranski čeber. Stranski čebri med seboj niso povezani. V začetku je v vseh čebrih čista voda, razen v enem od stranskih je strup s koncentracijo c_0 . Po kolikšnem času doseže koncentracija strupa maksimalno vrednost v osalih stranskih čebrih. Nalogo reši za $N = 2$ ali $N = 3$, če pa znaš, pa tudi za splošen N . [Klena Ivančič]
15. Odprt model vodovoda: Podobno kot zgornja naloga, le da v velik čebr hkrati doteka čista voda s pretokom $N\phi$, iz vsakega od stranskih čebrov pa oddteka (umazana) voda s pretokom ϕ .
16. Kroglice dveh vrst, ki si sledijo v periodičnem zaporedju z masami $m_1, m_2, m_1, m_2, \dots$ v linearni razporeditvi, spnemo med seboj z idealnimi vzmetmi s koeficientom k , krajni kroglici pa še s fiksima pritrdiščema, npr. med dve steni. Zapiši lastna nihanja in lastne frekvence za 2 in 4 (dvakrat po dve) kroglici. [Mavrič]
17. Zgornjo nalogo reši za poljubno število N parov kroglic!
18. S stropa obesimo N kroglic enakih mas m , eno na drugo, z lahкими idealnimi vzmetmi s koeficientom k . Opiši navpična lastna nihanja sistema kroglic in izračunaj lastne frekvence za $N = 3$, ali če znaš, za večji ali celo splošen N .