

Domače naloge iz Matematične fizike za Fizikalno merilno tehniko (VŠŠ), 23.1.2013

Rezervirane naloge imajo v oglatem oklepaju ime kandidata

1. Površino kovinske krogle s polmerom $r = 10\text{cm}$ hladimo na konstantno temperaturo $T = -10^\circ\text{C}$. Kroglo postavimo v hladno vodo (npr. jezero pozimi, blizu površine, tik preden zamrzne) pri temperaturi $T_o = 0^\circ\text{C}$. Določi debelino plasti ledu, ki se nabere na krogli $d(t)$ kot funkcijo časa. Čez koliko časa, npr., je plast ledu debela 10cm . Specifična talilna toplota ledu je 336MJ/kg , toplotna prevodnost ledu v tem temperaturnem območju pa je 2.25W/mk . Predpostavi, da se voda, zadosti hitro meša, da ima ves čas na robu ledene plasti temperaturo T_0 . [Kranjc]
2. Podobna naloga kot prejšnja, le da za razsežen hlajen kovinski valj s polmerom $r = 10\text{cm}$, ki ga potopimo v vodo, [Murovec]
3. Podobna naloga kot prejšnja, le da za razsežno hlajeno kovinsko ploščo, ki jo potopimo v vodo. [Kalšek]
4. 1m visok stožčast lijak iz bakrene pločevine debeline 1mm , naredimo tako, da ima pri vrhu polmer $r_1 = 10\text{cm}$, pri dnu pa polmer $r_2 = 30\text{cm}$. Spodnji in zgornji rob stožčastega plašča nato pritisnemo ob elektrodi med katerima je razlika napetosti $U = 100\text{V}$. Izračunaj skupni električni tok, ki teče po plašču stožca, če je specifična električna upornost bakra $\zeta = 0.01610^{-6}\Omega\text{m}$.
5. Podobna naloga kot prejšnja, le da za bakreno kroglo s polmerom 1m , ki jo spodaj in zgoraj prirežemo tako, da imata odprtini (ob kateri pritisnemo elektrodi), polmer 10cm . [Svetličič]
6. Na razsežni podlagi so v točkah kartezične mreže z razmikom a postavljeni pokončni klini. Z neba naključno in enakomerno padajo obroči s polmerom r , ki lepo padajo v horizontalnih ravninah (z osmi poravnanimi v smereh klinov). Kolikšna je verjetnost, da se bo naključno izbrani obroč nataknil na klin (če je $r < a/2$)? Za splošen r poišči verjetnosti, da bo naključen obroč pokril $0, 1, 2, 3\dots$ kline. [Počkaj]
7. Varianta zgornje naloge, le da so namesto obročev kvadratni okviri s stranico b , ki so tudi povsem naključno orientirani glede na osi mreže.
8. Varianta predprejšnje naloge, le da so obroči tudi prostorsko povsem naključno orientirani (njihove osi, ko padejo proti tlem, niso več vertikalne ampak naključne, izotropno porazdeljene). [Kastelic]

9. Krogla s polmerom R je iz dveh enakomerno prostorsko nabitih polkrogel, zgornja polkrogla nosi gostoto naboja ρ_e spodnja pa $-\rho_e$. Zapiši električno poljsko jakost (in/ali električni potencial) v veliki oddaljenosti od krogle $r \gg R$ (a pod poljubnim kotom glede na polarno os krogle).
10. Podobna naloga kot prejšnja, le da za kocko z robom a sestavljeno iz dveh enakih kvadrastih nasprotno enakomerno nabitih polovic (z višino po $a/2$). [Paukovič]
11. Po plašču valja z višino h in polmerom $h/2$ iz superprevodne snovi teče skupen električni tok I (v smeri, ki obkroža os valja). Zapiši magnetno polje v okolici valja na razdalji $r \gg h$. [Kotar]
12. Zaprt sistem N čebrov s prostorninami V povežemo v krogu, tako da iz vsakega čebra v sosednji čeber (na njegovi desni), teče voda z volumskim tokom ϕ . V vsakem čeburu je še mešalnik, ki vodo dobro premeša. V izbrani čeber, npr čeber številka 1, v začetku vsujemo barvilo s koncentracijo c_0 . Zasleduj koncentracijo barvila v čebrih kot funkcijo časa, $c_n(t)$, npr prav posebej v izbranem čeburu $c_1(t)$. Po kolikšnem času pride barvilo 'okrog' in se lokalno (v času) koncentracija v prvem čeburu spet nekoliko poveča? Če ti ne gre splošno, nalogo lahko rešuješ tudi za nekaj konkretnih vrednosti N , npr. $N = 2, 3, 10$. [Markelj]
13. Notranjost gladke 1m dolge valjaste cevke je razdeljena na štiri enake volumske predele s tremi prosto gibljivimi bati z maso 1kg, konca cevke pa sta neprodušno zaprta. V vsakem od volumskih predelov je 10g plina helija ($M = 4\text{kg/kmol}$) pri konstantni temperaturi 300K. V približku majhnih odmikov izračunajte lastne frekvenci vseh treh batov, če prožno silo pri odmiku od mirovne lege povzročajo le spremembe tlaka plina. [Sirk]
14. Varianta zgornje naloge z N bati. [Bensa]
15. Od stropa obesimo N kroglic enakih mas m , eno na drugo, z lahкими idealnimi vzmetmi s koeficientom k . Opiši navpična lastna nihanja sistema kroglic in izračunaj lastne frekvence za $N = 3$, ali če znaš, za večji ali celo splošen N . [Koprivc]