

Vaje: Specialni operatorji, bilinearne in kvadratne forma

1. Naj bo $H = [h_{ij}]_{i,j=1}^n$ hermitska matrika in λ njena največja lastna vrednost. Pokaži, da je

$$\lambda \geq \max_{1 \leq i \leq n} |h_{ii}|.$$

2. Naj bosta B in C kvadratni realni matriki in

$$D = \begin{bmatrix} B & -C \\ C & B \end{bmatrix}$$

normalna matrika. Pokaži, da je normalna tudi matrika $B + iC$.

3. Če sta A in B normalna operatorja, pokaži, da iz $AB = 0$ sledi $BA = 0$.

4. Čim bolj natančno nariši:

- (a) $5x^2 + 5y^2 - 6xy = 8$,
- (b) $2x^2 + 4xy - y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$,
- (c) $-7x^2 + 12xy + 2y^2 = 0$.

5. Kaj predstavljajo naslednje ploskve:

- (a) $6x^2 + 5y^2 + 7z^2 - 4xy + 4xz = 1$,
- (b) $2x^2 + y^2 - 4xy - 4yz = 1$,
- (c) $2x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 4xy + 2xz + 2yz = 10$,
- (d) $3x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2xy - 2yz = 12$.

6. Določi enačbo elipsoida s temeni $\pm(2, 2, -1) \cdot \frac{\sqrt{3}}{9}$, $\pm(-1, 2, 2) \cdot \frac{\sqrt{6}}{18}$ in $\pm(2, -1, 2) \cdot \frac{1}{9}$.