

### Vektorji v $\mathbb{R}^3$

1. V trapezu  $ABCD$  sta stranici  $ABC$  in  $CD$  vzporedni. V kakšnem razmerju se sekata diagonalni, če velja  $|AB| = 3|CD|$  ?
2. V tristrani piramidi  $ABCD$  z osnovno ploskvijo  $ABC$  je točka  $E$  težišče ploskve  $BCD$ , točka  $F$  pa razpolovišče stranice  $AC$ . Točka  $X$  leži na daljici  $FD$  tako, da se daljici  $BX$  in  $AE$  sekata. V kakšnem razmerju deli točka  $X$  daljico  $FD$ ?
3. Paralelepiped  $ABCD A' B' C' D'$  ima za osnovno ploskev paralelogram  $ABCD$ , točke  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  in  $D'$  pa zaporedoma ležijo nad točkami  $A$ ,  $B$ ,  $C$  in  $D$ . Točka  $E$  je presek diagonal ploskve  $BCC' B'$ . V kakšnem razmerju odreže paralelogram  $BB' D' D$  daljico  $AE$ ?
4. Vektor  $2\vec{a} - \vec{b}$  je pravokoten na vektor  $\vec{a} + \vec{b}$ , vektor  $\vec{a} - 2\vec{b}$  pa je pravokoten na vektor  $2\vec{a} + \vec{b}$ . Določi kot med vektorjema  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .
5. Določi kot med vektorjema  $\vec{m}$  in  $\vec{n}$ , če veš, da je vektor  $\vec{a} = \vec{m} + 3\vec{n}$  pravokoten na vektor  $\vec{b} = 7\vec{m} - 5\vec{n}$  in je vektor  $\vec{c} = \vec{m} - 4\vec{n}$  pravokoten na vektor  $\vec{d} = 7\vec{m} - 2\vec{n}$ .

6. Pokaži:

$$((\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} + \vec{c})) \cdot (\vec{c} + \vec{a}) = 2(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}.$$

7. Pokaži:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = ((\vec{a} \times \vec{c}) \cdot \vec{d})\vec{b} - ((\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{d})\vec{a} = ((\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{d})\vec{c} - ((\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c})\vec{d}.$$

8. Vektorji  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  in  $\vec{c}$  so paroma pravokotni in zanje velja

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, |\vec{c}| = 2.$$

Izračunaj volumen paralelepipeda z robovi  $\vec{a} + 2\vec{b}$ ,  $\vec{c} - \vec{a}$  in  $2\vec{b} - \vec{c}$ .

9. Naj bosta  $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$  dana nekolinearna vektorja. Reši enačbo

$$\vec{x} \times (\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{x} \cdot \vec{b})\vec{a} = (\vec{x} \cdot \vec{a})\vec{b}$$

10. Naj bosta vektorja  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$  linearno neodvisna. Reši enačbo

$$\vec{a} \times \vec{x} = \vec{x} + (\vec{b} \cdot \vec{x})\vec{a}.$$

11. Naj bosta  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$  enako dolga vektorja v prostoru  $\mathbb{R}^3$ , ki oklepata kot  $60^\circ$ . Reši vektorsko enačbo

$$(\vec{a} \cdot \vec{x})\vec{a} + (\vec{b} \cdot \vec{x})\vec{b} + \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{x}.$$

12. Naj bosta  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$  neničelna vektorja v prostoru, ki oklepata kot  $30^\circ$ , za njuni dolžini pa velja  $|\vec{b}| = \sqrt{3}|\vec{a}|$ . Reši vektorsko enačbo

$$(\vec{x} \cdot (\vec{a} + \vec{b}))\vec{a} + \vec{x} \times \vec{b} = 2\vec{a} \times \vec{b} + 3|\vec{a}|^2\vec{b}.$$