

Vektorski prostori, linearne preslikave

42. Pokaži, da je množica

$$A = \{p \in \mathbb{R}_n[x], p(x) = p(1-x)\}$$

vektorski podprostor v prostoru $\mathbb{R}_n[x]$ polinomov stopnje največ n .

43. Ugotovi, ali je množica

$$\left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$$

linearno neodvisna.

44. Naj bodo vektorji $x, y, z, w \in \mathbb{R}^6$ linearno neodvisni. Pokaži, da so tudi vektorji

$$x + y - z, \quad x + z - w, \quad x + 2z, \quad y + z + w$$

linearno neodvisni.

45. Ugotovi, ali je množica

$$\{x^2 + 3x - 2, x^2 + 4x - 3, x^2 + 2x + 1\}$$

linearno neodvisna.

46. Dana sta podprostora v \mathbb{R}^4

$$U = \text{Lin}\{(1, 1, 1, 1), (1, 1, -1, -1), (1, -1, 1, -1)\},$$

$$W = \text{Lin}\{(1, -1, -1, 1), (3, -1, 1, 1), (1, -1, 0, 0)\}.$$

Poišči bazi in dimenziji prostorov $U + W$ in $U \cap W$.

47. Naj bo $n \geq 4$ in $\mathbb{R}_n[x]$ vektorski prostor vseh polinomov stopnje največ n . Dana je množica

$$U = \{p \in \mathbb{R}_n[x]; p(1) = p(-1), p''(0) = 2p(1)\}.$$

- (a) Dokaži, da je U vektorski podprostor v $\mathbb{R}_n[x]$.
- (b) Poišči kakšno bazo prostora U in določi $\dim U$.
- (c) Dopolni bazo U do baze vsega $\mathbb{R}_n[x]$.

48. Naj bosta U in V podprostora $\mathbb{R}_3[x]$,

$$U := \{p \in \mathbb{R}_3[x]; p(1) = p'(0) = 0\}$$

in

$$V := \mathcal{L}in\{x^2 + x, x^3 + 3x^2 - 4, x^3 - 3x - 4\}.$$

Pošči baze in dimenzije prostorov $U, V, U \cap V, U + V$.

49. Naj bo preslikava $A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ zrcaljenje čez premico $x - 2y = 0$. Ugotovi, ali je linearна.

50. Dan je vektor $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$. Naj bo preslikava $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dana s predpisom

$$A\vec{x} = \langle \vec{x}, \vec{a} \rangle \vec{x}.$$

Ugotovi, ali je linearна.

51. Naj bo preslikava $A : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ dana s predpisom

$$(Ap)(x) = x^2 p\left(\frac{1}{x}\right).$$

Ugotovi, ali je linearна.