Zimski izpitni rok iz Algebre 2
Ljubljana, 30. januar 2006

1. Naj bo $f : G \to K$ surjektivni homomorfizem grup in H neka podgrupa edinka grupe K. Pokaži, da velja $[G : f^{-1}(H)] = [K : H]$.
2. Poišči vse homomorfizme kolobarjev $\mathbb{H} \to \mathbb{C}$.
3. Naj bo K komutativni kolobar z enico in M levi K-modul. Za $x \in M$ definiramo množico $A(x) = \{\lambda \in K; \lambda x = 0\}$.
   (a) Pokaži, da je $A(x)$ ideal kolobarja K.
   (b) Za $\mathbb{Z}$-modul $\mathbb{Z}_n$ ($n \in \mathbb{N}$) poišči vse take $x \in \mathbb{Z}_n$, da je $A(x)$ praideal.
4. Naj bo dan polinom $p(x) = x^3 - 2x - 2 \in \mathbb{Q}[x]$ in označimo z a neko njegovo ničlo.
   (a) Izračunaj stopnjo razširitve $[\mathbb{Q}(a^2 - 1) : \mathbb{Q}]$.
   (b) Poišči kak polinom $q(x) \in \mathbb{Q}[x]$, za katerega velja $q(a^2 - 1) = 0$.