

## Algebra 2

Ljubljana, 9. junij 2004

1. Naj bo  $G$  grupa moči  $p^n$ , kjer je  $p$  praštevilo,  $n$  pa naravno število in naj bo  $H$  neka njena podgrupa moči  $p^{n-1}$ . Pokaži, da je  $H$  podgrupa edinka.
2. Naj bo  $K$  obseg in  $L = K[[x]]$  kolobar formalnih potenčnih vrst. Naj bosta  $M$  maksimalni ideal,  $G$  pa grupa enot kolobarja  $L$ . Pokaži, da je množica  $1 + M$  za operacijo množenja podgrupa edinka grupe  $G$  in da je factorska grupa  $G/1 + M$  izomorfná grupi  $K^{-1}$ .
3. Naj bo  $K$  tak kolobar z enico, da je vsak  $K$ -modul projektiven. Naj bo  $M$  nek nerazcepni  $K$ -modul. Pokaži, da ne vsebuje nobenega pravega, netrivialnega podmodula.
4. Naj bo  $k$  obseg,  $p$  praštevilo in  $\omega \notin k$  nek primitivni  $p$ -ti koren enote. Pokaži, da je Galoisova grupa razširitve  $k(\omega)/k$  izomorfná ciklični grupi s  $p - 1$  elementi.