

## Algebra 2

Ljubljana, 22. junij 2004

1. Naj bo  $G$  enostavna grupa moči 168. Koliko elementov reda 7 vsebuje?
2. Naj bo  $K$  kolobar in  $x, y \in K$  takšna nilpotenta, da je  $e = x + y$  idempotent v centru kolobarja  $K$ . Pokaži, da je potem  $e = 0$ . (Nasvet: pokaži, da je  $e = yt$  za neki  $t \in K$ .)
3. Naj bo  $K$  tak komutativni kolobar z enico, da je vsak injektivni endomorfizem  $K$ -modula  $K$  surjektivni. Pokaži, da so potem vsi elementi iz  $K$ , ki niso delitelji ničla, enote.
4. Naj bo  $k$  obseg moči  $p^n$  in  $\alpha \in k$  tak element, da je generator grupe  $k^{-1}$ . Pokaži, da je  $\alpha$  ničla nekega nerazcepnega polinoma stopnje  $n$  iz  $\mathbb{Z}_p[x]$ .