Algebra 2
Drugi izpitni rok
Ljubljana, 29. junij 2006

1. Naj bo G grupa moči m in naj bo n naravno število, tuje proti m. Naj bosta še $x, y \in G$ takšna, da je $x^n = y^n$. Pokaži, da je potem $x = y$.
2. Opiši vse homomorfizme kolobarjev iz $\mathbb{Q}^n$ v $\mathbb{Q}$. (V $\mathbb{Q}^n$ sta obe operaciji definirani po komponentah.)
3. Naj bosta M in N takšna končno generirana $\mathbb{Z}$-modula, da je $M \otimes_{\mathbb{Z}} N \simeq \mathbb{Z}$. Pokaži, da je potem $M \simeq N \simeq \mathbb{Z}$.
4. Naj bo n naravno število, p praštevilo in $f(x) = x^{p^n} - x \in \mathbb{Z}_p[x]$. Pokaži, da ima razpadni obseg polinoma f natanko p^n elementov.