

Vpisna številka: _____

Ime in priimek: _____

IZPIT IZ ALGEBRE 3

17. junij 2009

- (1) Naj M poljuben K -modul in N nek njegov podmodul. Ali vedno velja $M \simeq N \oplus M/N$? Kaj pa, če je faktorski modul M/N projektiven?
- (2) Naj bo K komutativni kolobar z enico in M mreža vseh idempotentov kolobarja K . Pokaži, da je za vsak $e \in M$, Ke levi K -modul. Če je $e \neq 0, 1$, potem pokaži, da obstaja tak $f \in M$, da je $K = Ke \oplus Kf$.
- (3) Naj bo $f(x) = x^4 + 2x - 2 \in k[x]$ in naj bo I ideal generiran s polinomom $f(x)$. Preveri, ali je $k[x]/I$ obseg za $k = \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_3$.
- (4) Dan je polinom $f(x) \in k[x]$ in naj bodo $x_1, x_2, \dots, x_n \in K$ vse njegove ničle, pri čemer velja $x_i \neq x_j$ za $i \neq j$. Denimo, da za vsak $i \neq j$ obstaja tak $\varphi \in \text{Gal}(K/k)$, da je $\varphi(x_i) = x_j$. Pokaži, da je potem f nerazcepni polinom.