Vpisna številka:______________ Ime in priimek:______________________________

1. KOLOKVIJ IZ ALGEBRE 2

8. december 2006

(1) Pokaži, da vsaka neskončna grupa premore neko pravo, netrivialno podgrupo.

(2) Za podgrupo H grupe G rečemo, da je karakteristična, če za vsak avtomorfizem f grupe G velja $f(H) = H$. Naj bo H karakteristična podgrupa grupe G in naj bo K karakteristična podgrupa grupe H. Pokaži, da je potem K tudi karakteristična podgrupa grupe G.

(3) Naj bo $T = \{f \in A(G); f(H) = H \text{ za vsak } H \leq G\}$. Pokaži, da je T podgrupa edinka grupe $A(G)$.

(4) (UM+TM)
Naj bo grupa G moči p^s za neko praštevilo p in naravno število s in naj bo H neka njena prava podgrupa. Pokaži, da je H tudi prava podgrupa svojega normalizatorja. (Namig: Če H vsebuje center grupe G, si oglej faktorsko grupo $G/Z(G)$ in nato naredi indukcijo na moč grupe G).

(PM+RM)
Poišči normalizator podgrupe $\{\mathrm{id}, (12)\}$ v grupi S_3.

(5) Pokaži, da je vsaka grupa moči 200 rešljiva.