

Vpisna številka: _____

Ime in priimek: _____

1. KOLOKVIJ IZ ALGEBRE 2

28. november 2008

- (1) Naj bo G Abelova grupa, k naravno število in $G_k = \{x^k; x \in G\}$. Pokaži, da je G_k podgrupa grupe G . Naj bo še $f : G \rightarrow G$ homomorfizem. Pokaži, da je $f(G_k) \subseteq G_k$.
- (2) Naj bo G grupa vseh $n \times n$ matrik s celoštevilskimi koeficienti (za običajno seštevanje matrik) in naj bo H množica vseh tistih matrik iz G , katerih sled je enaka 0. Pokaži, da je H podgrupa (edinka) grupe G in ugotovi kateri znani grupi je izomorfna factorska grupa G/H ?
- (3) Naj bo N podgrupa edinka grupe G končnega indeksa, H pa taka končna podgrupa grupe G , da je njena moč tuja proti indeksu $[G : N]$. Pokaži, da je $H \subseteq N$. (Nasvet: oglej si kanonično preslikavo $G \rightarrow G/N$ in njeno skrčitev na H .)
- (4) Naj bo G grupa, H pa množica vseh elementov v G , ki imajo končno mnogo konjugiranih elementov. Pokaži, da je H podgrupa v G in da za vsak avtomorfizem φ grupe G velja $\varphi(H) = H$.
- (5) Pokaži, da vsaka grupa moči 36 vsebuje kako pravo netrivialno podgrupo edinko. (Nasvet: oglej si delovanje grupe z levo translacijo na množici odsekov.)