

Drugi kolokvij iz Algebre 2

Ljubljana, 23. januar 2006

1. Koliko različnih podgrup premore grupa $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$?

2. (UM+TM)

Naj bo G ciklična grupa moči n , generirana z elementom a .

(a) Pokaži, da je element a^k generator za G natanko tedaj, ko je število k tuje proti n .

(b) Poišči vse generatorje grupe $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_5$.

(PM+RM)

Poišči vse generatorje grupe \mathbb{Z}_{10} .

3. Naj bo Kat kategorija, katere objekti so kolobarji z enico, morfizmi pa so unitalni homomorfizmi kolobarjev (tj. taki homomorfizmi, ki presikajo enico v enico). Pokaži, da obstaja tak funktor iz kategorije Kat v kategorijo grup, da slika kolobar v njegovo grupo enot.

4. Naj bo K kolobar in S poljubna podmnožica K . Definiramo množico $I(S) = \{x \in K; xs = 0 \text{ za vsak } s \in S\}$. Pokaži, da veljata naslednji trditvi.

(a) $I(S)$ je levi ideal kolobarja K .

(b) Če je S levi ideal kolobarja K , je $I(S)$ dvostranski ideal.

5. Naj bosta m in n tuji si naravni števili. Poišči vse homomorfizme kolobarjev $\mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{Z}_n$.