Tretji kolokvij iz Algebre 2 - Rešitve
Ljubljana, 8. april 2005

1. (UM+TM)

   Naj bo $ab \in I$. Za vsak k velja, da iz $kx = 0$ sledi $k(ax) = 0$, zato je $I = ann(x) \subseteq ann(ax)$ in podobno $I = ann(x) \subseteq ann(bx)$. Ker je I maksimalen, mora biti bodisi $ax = 0$ (tj. $a \in I$) ali $bx = 0$ (tj. $b \in I$), bodisi $I = ann(ax) = ann(bx)$. Toda v slednjem primeru je $b \in ann(ax) = I$, torej je $bx = 0$, se pravi, da je $b \in I$.

   (PM+RM)

   Uporabi algoritem za zapis poljubnega simetričnega polinoma z osnovnimi simetričnimi polinomi.

2. Če je $K = \{x_1, \ldots, x_n\}$, je ideal I generiran z elementom $(x - x_1) \ldots (x - x_n)$.

3. Stopnje 2: $x^2 + x + 1$, stopnje 4: $x^4 + x^3 + 1$, $x^4 + x + 1$,$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.

4. Obe vrstici linearno neodvisni, toda vsaka dva stolpca sta linearno odvisna, saj je $15A_1 - 15A_2 = 10A_1 + 10A_3 = 6A_2 + 6A_3 = 0$, če z A_i označimo i-ti stolpec matrike A.

5. Število k mora biti večkratnik števila m, saj v $\mathbb{Z}_m$ velja $k = k \cdot 1 = 0 \cdot 1 = 0$. Kot vemo, je $\mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}_m, \mathbb{Z}_k) \simeq \mathbb{Z}_{D(m,k)}$. Toda ker je $k = tm$, je $D(m,k) = m$.