Vaje 7

1. Naj bo G grupa, $\mathrm{Aut}(G)$ grupa avtomorfizmov in $\mathrm{Inn}(G)$ podgrupa notranjih avtomorfizmov. Pokaži, da je $\mathrm{Inn}(G) \triangleleft \mathrm{Aut}(G)$.

2. Naj bo $f : G_1 \to G_2$ surjektivni homomorfizem grup, $H_2 \triangleleft G_2$ in $H_1 = f^{-1}(H_2)$. Pokaži, da je $G_1/H_1 \cong G_2/H_2$.

3. Naj bo H podgrupa grupe G. Naj grupa G deluje na množici G/H z levo translacijo, t. j. naj bo $f : G \to S(G/H)$ homomorfizem, definiran s predpisom $f(g)(aH) = gaH$. Pokaži, da je jedro homomorfizma f enako množici $\bigcap_{x\in G}(xHx^{-1})$.

4. Naj bo G grupa. Pokaži, da je G Abelova natanko tedaj, ko je $G/Z(G)$ ciklična.

5. Pokaži, da je vsaka grupa moči p^2, kjer je p praštevilo, Abelova.

6. Naj bo G grupa s centrom $Z(G) = 1$. Pokaži, da je $Z(\mathrm{Aut}(G)) = 1$.