

## Vaje 8

1. Naj bo  $G$  grupa moči 200. Koliko ima podgrup moči 25?
2. Naj bo  $G$  grupa moči 56. Pokaži, da  $G$  vsebuje pravo netrivialno podgrupo edinko.
3. Koliko je neizomorfnih Abelovih grup moči 405?
4. Naj bosta  $m, n \geq 2$  naravni števili. Pokaži, da je  $\mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_n$  ciklična natanko tedaj, ko je  $(m, n) = 1$ .
5. Naj bo  $G$  grupa moči  $p^n$  za neko praštevilo  $p$  in  $H \leq G$  njena prava podgrupa. Pokaži, da je  $H$  prava podgrupa svojega normalizatorja.
6. Katere od grup  $\mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_7$ ,  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_{70}$ ,  $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_{15} \times \mathbb{Z}_{14}$ ,  $\mathbb{Z}_{40} \times \mathbb{Z}_{21}$  so med seboj izomorfne?
7. Koliko pravih netrivialnih podgrup ima grupa  $\mathbb{Z}_p \times \mathbb{Z}_p$ ?
8. Pokaži, da je vsaka grupa moči 77 ciklična.
9. Naj bo  $G$  grupa moči 135 in  $H$  podgrupa v  $G$  moči 45. Pokaži, da je  $H \triangleleft G$ .