

## Vaje 10

1. Reši enačbo  $x^2 = 1 + i + j + k$  v obsegu kvaternionov  $\mathbb{H}$ .
2. Naj bo  $K$  cel kolobar (kolobar brez deliteljev nič), v katerem je vsak podkolobar ideal. Pokaži, da je  $K$  komutativen.
3. Poišči vse homomorfizme kolobarjev  $(\mathbb{Z}_{200}, +, \cdot) \rightarrow (\mathbb{Z}_{30}, +, \cdot)$ .
4. Pokaži, da sta kolobarja  $\mathbb{R}[X]/(X^2 + 1)$  in  $\mathbb{C}$  izomorfna.
5. Ali sta kolobarja  $\mathbb{R}[X]/(X^2 - 1)$  in  $\mathbb{C}$  izomorfna? Kaj pa  $\mathbb{R}[X]/(X^2 - 1)$  in  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ? Kaj pa  $\mathbb{R}[X]/(X^2)$  in  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ?
6. Naj bosta  $I, J$  ideala kolobarja  $K$ . Konstruiraj vložitev kolobarjev  $K/(I \cap J)$  v  $K/I \times K/J$ . Poišči primer, ko ta vložitev ne bo surjektivna.
7. Pokaži, da sta kolobarja  $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_5$  (z operacijama po komponentah) in  $\mathbb{Z}_{20}$  izomorfna. Poišči kakšen izomorfizem  $f : \mathbb{Z}_{20} \rightarrow \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_5$  in njegov inverz.