Permutacije

1. Izračunaj:

   (a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

   (b) $(1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7)(3\ 2)(5\ 1\ 2)$ (zapiši kot produkt disjunktnih ciklov)

   (c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}^{-1}$

   (d) $\big((1\ 3\ 2\ 5\ 9)(4\ 8\ 9\ 1)\big)^{-1}$

2. Dokaži, da lahko vsako permutacijo zapišemo kot produkt disjunktnih ciklov in produkt transpozicij.

3. Zapiši permutacijo $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 5 & 6 & 1 & 4 & 9 & 8 & 7 & 3 \end{pmatrix}$ kot produkt disjunktnih ciklov in produkt transpozicij.

4. Dokaži:

   (a) Za vsako permutacijo π in transpozicijo τ velja $\operatorname{sgn}(\pi\tau) = -\operatorname{sgn}(\pi)$.

   (b) Če je permutacija π produkt transpozicij $\pi = \tau_1\tau_2 \ldots \tau_k$, potem je $\operatorname{sgn}(\pi) = (-1)^k$.

   (c) Za poljubni permutaciji π_1, π_2 velja $\operatorname{sgn}(\pi_1\pi_2) = \operatorname{sgn}(\pi_1)\operatorname{sgn}(\pi_2)$ in $\operatorname{sgn}({\pi_1}^{-1}) = \operatorname{sgn}(\pi_1)$.

5. Naj bo A_n množica vseh sodih permutacij v S_n. Dokaži, da je A_n podgrupa v S_n. Izračunaj $|A_n|$.

6. Pokaži, da je vsaka soda permutacija produkt 3-ciklov.