

Polgrupe, monoidi

1. Naj bo X neprazna množica. Pokaži, da je $(P(X), \cap)$ komutativen monoid, ki ni grupa.
2. Razišči lastnosti operacij na \mathbb{C} (preveri komutativnost, asociativnost, obstoj leve/desne/dvostranske enote, levih/desnih/dvostranskih inverzov):
 - (a) $a \circ b = a^2 + b^2$
 - (b) $a \circ b = ab^2$
 - (c) $a \circ b = a + b + ab$
 - (d) $a \circ b = |a|b$
3. Na množici \mathbb{R}^2 je definirana operacija $\vec{a} \circ \vec{b} = (\vec{a}\vec{j})\vec{b} + (\vec{a}\vec{i})\vec{i}$. Pokaži, da je (\mathbb{R}^2, \circ) monoid.
4. Preveri lastnosti operacije kompozitum na naslednjih množicah:
 - (a) $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$
 - (b) $\{f \text{ konst.}\}$
 - (c) $\{f \text{ liha}\}$
 - (d) $\{f \text{ strogo monotona}\}$
 - (e) $\{f \text{ zvezna bijekcija}\}$
5. Poišči leve in desne enote $(A = \{f : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]\}, \circ)$.
6. Na realnih številih je dana operacija $x \circ y = a + bx + cy + dxy$. Za katere $a, b, c, d \in \mathbb{R}$
 - (a) obstajajo leve/desne enote;
 - (b) je operacija komutativna?