

2. kolokvij iz algebre 3

8. junij 2012

Ime in priimek:

Vpisna št.:

1. Naj bo K komutativen cel kolobar ter I in J dva njegova glavna ideała.
Kateremu K -modulu je izomorfen tensorski produkt $I \otimes_K J$?

2. Dokaži, da v vsaki mreži za poljubne elemente x , y in z velja

$$(x \cap y) \cup (y \cap z) \cup (z \cap x) \leq (x \cup y) \cap (y \cup z) \cap (z \cup x).$$

(Nasvet: Najprej pokaži: $(x \cap y) \leq (x \cup y) \cap (y \cup z) \cap (z \cup x)$.)

3. Naj bo a ničla polinoma $x^3 + x^2 + 2 \in \mathbb{Z}_5[x]$. Poišči minimalni polinom elementa $a^2 \in \mathbb{Z}_5(a)$ nad obsegom \mathbb{Z}_5 .

4. (M+FM) Naj bo K podobseg obsega realnih števil in $f \in K[x]$ nerazcepni polinom stopnje 4 s komutativno Galoisovo grupo. Dokaži, da bodisi f nima nobene realne ničle bodisi so vse njegove ničle realne.

(PM) Poišči Galoisovo grupo polinoma $f(x) = x^4 + 1$ nad obsegom racionalnih števil.