

Algebraične krivulje

14. april 2009

1. Naj bodo

$$l_1 : \{z = 0\}, \quad l_2 : \{x + z = 0\} \quad \text{in} \quad l_3 : \{y + z = 0\}$$

tri premice v projektivni ravnini \mathbb{P}^2 . Poišči vse projektivnosti, ki slikajo l_1, l_2, l_3 zaporedoma v l_1, l_3, l_2 .

2. Med krivuljama

$$(x^2 + y^2)^2 - x^2 = 0 \quad \text{in} \quad (x^2 + y^2)^2 - x^3 = 0$$

v afini ravnini \mathbb{A}^2 poišči

a) krivuljo, ki je razcepna. Nariši to krivuljo.

b) krivuljo, ki dopušča racionalno parametrizacijo. Poišči pripadajočo racionalno parametrizacijo.

3. Dana je krivulja $C : \{x(x - 2z)^2 - y^2z = 0\}$ v \mathbb{P}^2 . V afini ravnini $z = 1$ skiciraj to krivuljo. Določi singularne točke krivulje C . V točkah $Q_1 = [0, 0, 1]$, $Q_2 = [0, 1, 0]$ in $Q_3 = [1, 1, 1]$ izračunaj tangente $T_{Q_1}, T_{Q_2}, T_{Q_3}$ na C ter pripadajoče večkratnosti

$$\text{večkratnost}_{Q_i}(C \cap T_{Q_i}), \quad i = 1, 2, 3.$$

4. Poišči vse točke v preseku krivulj

$$C_1 : y^2 + y(x + z) + x(x + z) = 0 \quad \text{in} \quad C_2 : y^2 + yx = 0.$$

S pomočjo rezultante izračunaj tudi presečne večkratnosti.

Namig: nobena premica skozi $[0, 1, 0]$ ne poteka skozi dve presečni točki $C_1 \cap C_2$.