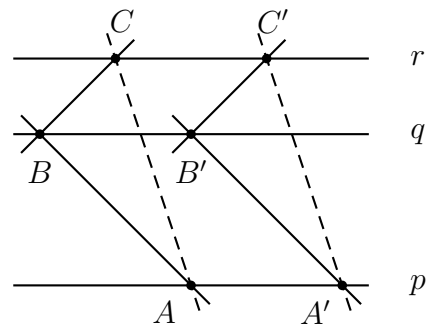


Algebraične krivulje

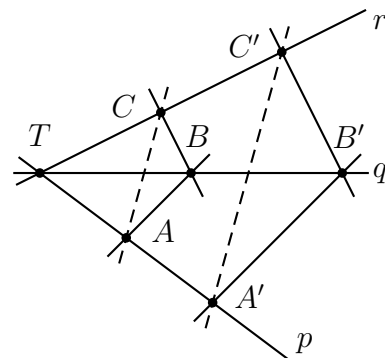
(26.2.2010)

1. Naj bo p praštevilo.
 - (a) Koliko točk in premic ima afina ravnina $\mathbb{A}^2(\mathbb{Z}_p)$? Koliko točk ima premica v $\mathbb{A}^2(\mathbb{Z}_p)$?
 - (b) Koliko točk in premic ima projektivna ravnina $\mathbb{P}^2(\mathbb{Z}_p)$? Koliko točk ima premica v $\mathbb{P}^2(\mathbb{Z}_p)$?
2. Poišči afino preslikavo, ki točke $(1, 0)$, $(0, 1)$ in $(1, 1)$ zaporedoma preslika v točke $(5, 8)$, $(-2, -4)$ in $(2, 3)$. Preveri, da je $\tau \circ \tau \circ \tau$ linearna preslikava.
3. Poišči afino preslikavo, ki premici $x = 0$ in $y - x = 1$ zaporedoma preslika v premici $x = y$ in $y + x = 1$, točko $(2, 0)$ pa pusti pri miru.
4. Naj bo τ afina preslikava. Pokaži, da veljajo naslednje trditve.
 - (a) Če se premice p, q in r sekajo v eni točki, potem se tudi premice $\tau(p), \tau(q)$ in $\tau(r)$ sekajo v eni točki.
 - (b) Če sta premici s in t vzporedni, potem sta tudi premici $\tau(s)$ in $\tau(t)$ vzporedni.
 - (c) Če za vsako premico p velja $p \parallel \tau(p)$, potem je τ oblike $\tau(\vec{x}) = \lambda \vec{x} + \vec{a}$, kjer je λ nek skalar.
5. Pokaži, da v ravnini \mathbb{R}^2 veljata Desarguesova izreka.

Prvi Desarguesov izrek: Naj bodo p, q in r vzporedne premice. Naj bodo $A, A' \in p$, $B, B' \in q$ in $C, C' \in r$ take točke, da velja $AB \parallel A'B'$ in $BC \parallel B'C'$. Tedaj je velja tudi $AC \parallel A'C'$.



Drugi Desarguesov izrek: Naj bodo p, q in r premice, ki se sekajo v isti točki. Naj bodo $A, A' \in p$, $B, B' \in q$ in $C, C' \in r$ take točke, da velja $AB \parallel A'B'$ in $BC \parallel B'C'$. Tedaj je velja tudi $AC \parallel A'C'$.



6. Kakšno preslikavo dobimo, če komponiramo dve zrcaljenji v ravnini?

7. Nariši naslednje stožnice.

(a) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$,

(b) $13x^2 - 48xy + 27y^2 + 5 = 0$,

(c) $15y^2 + 20xy - 4\sqrt{5}x - 18\sqrt{5}y = 5$,

(d) $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 1$,

(e) $2x^2 + 4xy - y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$,

(f) $x^2 + 2\sqrt{2}xy = 1$.