

# Algebraične krivulje

(14.5.2010)

1. Dokaži, da skozi pet točk v projektivni ravnini poteka vsaj ena stožnica.
2. Pokaži, da je množica vseh projektivnih stožnic, ki gredo skozi točke  $[1, 0, 0]$ ,  $[0, 1, 0]$  in  $[0, 0, 1]$  ter imajo v točki  $[0, 0, 1]$  tangento  $y = x$ , šop krivulj.
3. Naj bo  $C$  projektivna stožnica podana z matriko  $M$ . Pokaži, da je  $C$  nerazcepna natanko tedaj, ko je  $\det M \neq 0$ .
4. Poišči razcepne stožnice v šopu  $\lambda F + \mu G$ , kjer je  $F = 2(y^2 + 2xy + xz + yz + z^2)$  in  $G = 2(x^2 - xz - yz - z^2)$ . Poišči točke v preseku krivulj  $F$  in  $G$ .
5. Poišči razcepne krivulje v šopu  $\lambda C + \mu D$ , kjer je  $C = 2(xy + yz - 2xz)$  in  $D = 2(xy + 2yz - 3zx)$ . S pomočjo tega izračunaj presek krivulj  $C$  in  $D$ .
6. Pokaži, da je množica stožnic, ki potekajo skozi točke  $[1, 0, 0]$ ,  $[1, 0, 1]$ ,  $[0, 1, 1]$  in  $[1, -1, 0]$  linearen sistem dimenzije 2.
7. Naj bo  $L$  premica in  $P$  točka na  $L$ . Pokaži, da je množica stožnic, ki se v točki  $P$  dotikajo premice  $L$  linearen sistem dimenzije 3.