

Algebraične krivulje

(9.4.2010)

1. Poišči racionalno parametrizacijo elipse $(x - 2)^2 + 4(y - 1)^2 = 4$ s pomočjo družine premic, ki gredo skozi točko $(0, 1)$. Zapiši enačbo pripadajoče projektivne krivulje in njeno projektivno racionalno parametrizacijo.
2. Poišči racionalno parametrizacijo projektivne stožnice $2x^2 + yz = 0$ s pomočjo točke $[1, -1, 2]$.
3. Poišči racionalno parametrizacijo stožnice $y^2 + xy + x^2 - 1 = 0$ s pomočjo družine premic, ki gredo skozi točko $(-1, 1)$.
4. Poišči singularne točke krivulje

$$C : xz^2 + iy^3 = x^3 + 2ix^2z.$$

Določi tudi red teh točk, vse tangente v teh točkah in presečne večkratnosti teh tangent. Zapiši enačbo tangente na C v točki $[1, i, 0]$ in izračunaj njene presečne večkratnosti v vseh točkah preseka.

5. Poišči singularne točke krivulje

$$C : 2(x^2 - yz)^2 - y^4 - z^4 = 0,$$

izračunaj njihove rede in poišči vse tangente v teh točkah.

6. Poišči tangento na krivuljo $(x^2 + y^2)^2 + y^2z^2 - z^4 = 0$ v točki $[1, 0, 1]$ in izračunaj njene presečne večkratnosti s krivuljo v vseh točkah preseka.