

Algebraične krivulje

(4.5.2010)

1. Naj bo C algebraična krivulja, ki ne vsebuje premic, A in B pa gladki točki na C , za kateri velja $A \in P_B C$ in $B \in P_A C$. Pokaži, da je premica \overline{AB} bitangenta na C .
2. Poišči prevoje krivulje $y^3 + 2x^3 + 6x = 0$ in prevojne tangente v realnih prevojih.
3. Poišči nerazcepno projektivno algebraično krivuljo C stopnje 3, za katero velja:
 - $[0, 1, 0]$ je singularna točka C ,
 - $[0, 0, 1]$ je prevojna točka C s prevojno tangento $y = 0$,
 - v afini ravnini $x = 1$ je C simetrična glede na y os,
 - C vsebuje točki $[1, 1, 1]$ in $[-1, 1, i]$.
4. Poišči projektivno algebraično krivuljo C , za katero velja:
 - $[1, 0, 0]$ je singularna točka s tangentami $y = 0$, $y = z$ in $2y = z$,
 - premica $x = 0$ seka C natanko v točkah $[0, 1, 1]$ in $[0, -1, 1]$ s presečnima večkratnostima 2,
 - C vsebuje točko $[1, -1, 2]$.
5. Poišči nerazcepno projektivno algebraično krivuljo C , za katero velja:
 - polara za C glede na $[1, 0, 1]$ ima enačbo $3x^2 - 4yz = 0$,
 - polara za C glede na $[2, 0, 1]$ ima enačbo $3x^2 - 2yz = 0$,
 - premica $z = 0$ seka C v eni sami točki.
6. Poišči vse afine algebraične krivulje C stopnje 3, za katere velja:
 - točka $(1, 0)$ na C ima red 2 in eno samo tangento $x + y = 1$,
 - v točki $(0, 0)$ ima C tangento $x = y$,
 - C vsebuje točko $(0, 1)$.
7. Poišči afino stožnico C , za katero velja:
 - tangenta na C v točki $(0, 0)$ je $x + 2y = 0$,
 - tangenta na C v točki $(0, 1)$ je $y - x = 1$,
 - C vsebuje točko $(1, 0)$.
8. Postavi krivuljo $z(x + y)^2 - (x - y)^3 + z^2(x - y) = 0$ v Weierstrassovo obliko.