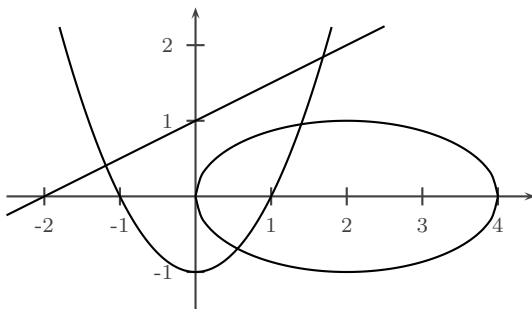


# Algebraične krivulje

(5.3.2010)

1. Poišči projektivnost  $\theta : \mathbb{P}^2 \rightarrow \mathbb{P}^2$ , ki točke  $[1, 1, 0], [1, 0, 1], [1, -1, 0]$  in  $[1, 0, -1]$  zaporedoma preslika v točke  $[0, -1, 0], [1, 0, -2], [1, 1, 0]$  in  $[1, 0, -1]$ .
2. Poišči projektivnost  $\theta : \mathbb{P}^2 \rightarrow \mathbb{P}^2$ , ki točke  $[0, 1, -1], [1, 0, 0], [2, -1, 0]$  in  $[1, -2, 1]$  zaporedoma preslika v točke  $[1, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 1]$  in  $[1, 1, 1]$ .
3. Naj bodo  $p_1, p_2, p_3$  in  $p_4$  take premice v projektivni ravnini, da se nobene tri ne sekajo v isti točki. Pokaži, da obstaja natanko ena projektivnost  $\theta$ , ki jih po vrsti preslika v  $p_2, p_3, p_4$  in  $p_1$ .
4. Algebraična krivulja  $\mathcal{C}$  je podana s polinomom  $f(x, y) = (x - 1)^2 - y^2 - 1$ .
  - (a) Nariši krivuljo  $\mathcal{C}$ .
  - (b) Poišči premico, ki krivuljo  $\mathcal{C}$  seka 0-krat, 1-krat in 2-krat. Ali obstaja premica, ki  $\mathcal{C}$  seka več kot 2-krat?
5. Naj bo  $\mathcal{C}$  algebraična krivulja podana s polinomom stopnje  $n$ . Kolikokrat lahko premica seka to krivuljo?
6. Algebraična krivulja  $\mathcal{C}$  je podana s polinomom  $f(x, y) = y^2 - x^2 - x^3$ .
  - (a) Približno skiciraj krivuljo  $\mathcal{C}$ .
  - (b) Poišči polinomsko parametrizacijo krivulje  $\mathcal{C}$ . Pomagaj si z nastavkom  $y = tx$ .
7. Dokaži, da lahko kompleksno premico skozi dve konjugirani točki v  $\mathbb{C}^2$  zapišemo kot množico ničel linearne polinoma z realnimi koeficienti.
8. Določi stopnjo, minimalni polinom in nerazcepne komponente algebraične krivulje na skici.



9. Dokaži, da je krivulja, ki je parametrizirana z

$$\gamma : \mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{P}^2, \quad \gamma([s, t]) = [ts^2, t^3, s^3],$$

algebraična krivulja in jo nariši.

10. Pokaži, da je polinom  $p(x, y) = x^2 + y^2 + x + y + 1$  nerazcepen nad  $\mathbb{C}$ .