

# Algebraične krivulje

(2.4.2010)

1. Poišči singularne točke naslednjih krivulj. Določi tudi red teh točk, vse tangente v teh točkah, presečne večkratnosti teh tangent in katere izmed singularnih točk so regularne?

(a)  $(x^2 + y^2)^2 + 3x^2y - y^3 = 0$  (triperesna deteljica),

(b)  $(x^2 + y^2)^3 - 4x^2y^2 = 0$  (štiriperesna deteljica),

(c)  $(x^2 + y^2)^2 - x^3 = 0$ ,

(d)  $12y(y - 2) = x(x + 4)^2 - x^2$ ,

(e) projektivna krivulja  $xz^2 + iy^3 = x^3 + 2ix^2z$ .

2. Poišči racionalno parametrizacijo elipse  $(x - 2)^2 + 4(y - 1)^2 = 4$  s pomočjo družine premic, ki gredo skozi točko  $(0, 1)$ .

3. Poišči racionalno parametrizacijo projektivne stožnice  $2x^2 + yz = 0$  s pomočjo točke  $[1, -1, 2]$ .

4. Poišči racionalno parametrizacijo naslednjih krivulj in pripadajočih projektivnih krivulj. Pomagaj si z nalogo 1.

(a)  $(x^2 + y^2)^2 + 3x^2y - y^3 = 0$ ,

(b)  $(x^2 + y^2)^2 - x^3 = 0$ ,

(c)  $12y(y - 2) = x(x + 4)^2 - x^2$ ,

(d) projektivna krivulja  $xz^2 + iy^3 = x^3 + 2ix^2z$ .

5. Poišči singularne točke krivulje  $3(x^2 + y^2)^2 + 6(x^2 + y^2) + 8x(3y^2 - x^2) = 1$ .

6. Preveri, da je točka  $(-1, 1)$  gladka točka krivulje  $(x + 1)(y^2 + 2) + x^2 = y(x + 2)^2$ , in izračunaj presečno večkratnost krivulje s tangento skozi to točko.