

Analiza 1: 1. izpit

9. 6. 2010

Naloga 1

Pokaži, da za vsako naravno število $n > 1$ velja

$$\frac{2^{2n}}{n+1} < \frac{(2n)!}{(n!)^2}.$$

Naloga 2

Naj bo $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+4}}$. Določi definicijsko območje, ničle, asimptote, intervale naraščanja in padanja, lokalne ekstreme, intervale konveksnosti in konkavnosti ter prevoje. Nariši graf funkcije f .

Naloga 3

Naj bo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq e-1, \ln(x+1) \leq y \leq 1\}$. Naj bosta T_x in T_y telesi, ki ju dobimo, ko D zavrtimo okrog x -osi oziroma okrog y -osi. Izračunaj prostornini teles T_x in T_y .

Naloga 4

Naj bo $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s predpisom

$$d(x, y) = \begin{cases} 0, & x = y, \\ |x - y| + 1, & x \neq y. \end{cases}$$

1. Pokaži, da je d metrika na \mathbb{R} .
2. Nariši odprti kroglji $K(-2, 1)$ in $K(2, 2)$.
3. Pokaži, da je preslikava $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ 1, & x \neq 0, \end{cases}$$

zvezna, če na \mathbb{R} vzamemo metriko d .