

## Analiza 1: 3. izpit

6. 9. 2010

Čas pisanja je 100 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko sreče!

### Naloga 1

Pokaži, da za vsako pozitivno število  $x$  in vsako naravno število  $n > 1$  velja

$$\frac{1}{\log_x 2 \cdot \log_x 2^2} + \frac{1}{\log_x 2^2 \cdot \log_x 2^3} + \cdots + \frac{1}{\log_x 2^{n-1} \cdot \log_x 2^n} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{1}{\log_x^2 2}.$$

### Naloga 2

Naj bo  $f(x) = \sqrt{\ln \frac{1}{x}}$ .

1. Določi definicijsko območje funkcije  $f$ .
2. Zapiši tangento na graf funkcije  $f$  v točki  $x = \frac{1}{e}$ .
3. Poišči točko na grafu funkcije  $f$ , ki je najbližje koordinatnemu izhodišču.

### Naloga 3

Za katera števila  $p \in \mathbb{R}$  konvergira integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^p} dx?$$

### Naloga 4

Naj bo  $f(x) = \cos(2x) \cos(3x)$ .

1. Funkcijo  $f$  razvij v Taylorjevo vrsto okrog točke  $a = 0$ .
2. Določi  $f^{(2010)}(0)$ .
3. Izračunaj  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) \cos(3x) - 1}{x^2}$ .