

3. izpit iz Analize 1

3. 9. 2012

Čas pisanja je 100 minut. Možno je doseči 100 točk.
Veliko uspeha!

1. naloga

Med enakokrakimi trikotniki s ploščino $\sqrt{3}$ poišči takega z najmanjšim obsegom.

2. naloga

Za katere $a > 0$ obstaja integral

$$I(a) = \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x^2}{x^a} dx?$$

3. naloga

Krivulja K je podana parametrično s predpisom $x(t) = 3t^2$ in $y(t) = 3t - t^3$. Izračunaj pod kakšnim kotom se krivulja seka v samopresečišču. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejuje zanka krivulje K .

4. naloga

Naj bo a_n zaporedje neničelnih števil z limito 0 ter $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ taka zvezna funkcija, da za vsaka $x \in \mathbb{R}$ in $n \in \mathbb{N}$ velja $f(x) = f(x + a_n)$. Dokaži, da je f konstantna funkcija.

NAMIG: Konstruiraj tako gosto podmnožico $A \subset \mathbb{R}$, da bo funkcija f konstantna na množici A .