# 1. kolokvij iz ANALIZE I

4. 12. 2008

1. Naj bo $R$ množica rešitev realne neenačbe
$$x + \frac{x+3}{\sqrt{x+1}} \geq 3.$$
Določi supremum, infimum, maksimum in minimum množice $R \cap (-\infty, 0]$, če obstajajo.

2. Dana je podmnožica kompleksnih števil
$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Re}\left(\frac{z-1}{1+i}\right) = 0 \right\}$$
in funkciji $f(z) = iz$ ter $g(z) = z^2$. Določi in skiciraj množice $A$, $f(A) = \{f(z) \mid z \in A\}$ ter $g(A) = \{g(z) \mid z \in A\}$.

3. Dano je zaporedje z začetnim členom $a_1 = \sqrt{2}$ in rekurzivno zvezo
$$a_{n+1} = 2a_n^2 - 4a_n + 3.$$
a) Dokaži, da zaporedje konvergira in določi limito.

   b) Ali zaporedje konvergira, če je začetni člen enak $a_1 = 0$?

4. Dano je nekonstantno realno zaporedje $\{a_n\}$ z lastnostjo: Če je $a_n < a_m$, obstaja tak indeks $l$, da je $a_n < a_l < a_m$.

   a) Dokaži, da med poljubnima različnima členoma zaporedja obstaja neko stekališče danega zaporedja.

   b) Ali ima lahko dano zaporedje končno mnogo stekališč?