2. kolokvij iz ANALIZE I

14. 1. 2010

(1) Ugotovi ali vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot \cdots \cdot (3n-2)}{3 \cdot 6 \cdot \cdots \cdot 3n}$$

konvergira.

(2) Ali obstajata $a, b \in \mathbb{R}$, da bo funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{\pi} \arctan \frac{1}{4x+\pi} & ;\ x < -\frac{\pi}{4} \\ \frac{1-\cos^4(x)}{x \sin(2x)} & ;\ -\frac{\pi}{4} \leq x < 0 \\ x + b & ;\ 0 \leq x \end{cases}$$

zvezna?

(3) Pokaži, da ima funkcija $f(x) = \cos(x)\,\mathrm{ch}(x)+1$ neskončno ničel. (Funkcija hiperbolični kosinus je definirana kot $\mathrm{ch}(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$.)

(4) Naj bo A poljubna množica. Označimo s $\mathcal{P}(A) = \{X; X \subset A\}$ potenčno množico množice A. Za podmnožici $X, Y \subset A$ definiramo simetrično razliko $X \triangle Y = (X \backslash Y) \cup (Y \backslash X)$. Naj bo $B \subset A$ in naj bo $F \colon \mathcal{P}(A) \to \mathcal{P}(A)$ podana s predpisom $F(X) = X \triangle B$.

(a) Pokaži, da je F bijektivna.

(b) Določi inverz funkcije F.