

3. kolokvij iz ANALIZE I

2. 4. 2009

1. Poišči enakokrak trikotnik z najmanjšo možno ploščino, ki ima osnovnico na x-osi, njegova kraka pa ležita na tangentah na graf funkcije $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$, kjer je $x \in [-1, 1]$.

2. Funkcija f je podana s predpisom

$$f(x) = (x - 2)^{2/3}(x + 1)^{1/3}.$$

Za funkcijo f določi intervale monotonosti, ekstreme, intervale konveksnosti in konkavnosti ter asimptote in skiciraj njen graf.

3. Izračunaj nedoločena integrala

$$\int \frac{2x^2 + 5x + 3}{x^3 + x^2 - 2} dx \quad \text{in} \quad \int e^{\sin^2 x} \sin 2x \cos^2 x dx.$$

4. Naj bo $0 < a < b$ in $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna funkcija, za katero velja

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b x f(x) dx = 0.$$

Dokaži, da ima funkcija f na intervalu (a, b) vsaj dve ničli.