

ANALIZA I

28.5.2009

1. NALOGA

Naj bo L omejen lik, ki ga omejujeta grafa funkcij $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ in $g(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Izračunaj prostornino telesa, ki ga dobimo z vrtenjem lika L okrog abscisne osi.

2. NALOGA

(1) Obravnavaj absolutno in pogojno konvergenco vrste $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+n}}$.

(2) Določi območje konvergence vrste $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2+n}}$.

3. NALOGA

Ugotovi, za katere $\alpha \in (0, \infty)$ obstaja integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\ln x \arctan x}{x^{\alpha} + x} dx$$

in odgovor utemelji.

4. NALOGA

Naj bo d metrika na \mathbb{R}^2 in $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ pot. Naj bo

$$l(\gamma) = \sup \left\{ \sum_{k=1}^n d(\gamma(x_{k-1}), \gamma(x_k)) \mid (x_0, \dots, x_n) \in \mathcal{D} \right\} \in [0, \infty],$$

kjer je \mathcal{D} množica vseh delitev intervala $[0, 1]$.

Za $d = d_1, d_{\infty}$ določi dolžino poti $\gamma_1(t) = (t, t)$ in $\gamma_2(t) = (\cos(2\pi t), \sin(2\pi t))$.