

ANALIZA 1
18. domača naloga

- (1) Skiciraj graf funkcije f , ki zadošča naslednjim pogojem:

$D_f = \mathbb{R} - \{2\}$, f je zvezno odvedljiva na $D_f - \{5\}$, $f(0) = 1$, $f(-2) = 2$, $f(5) = 0$,

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 2$, $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - 2x) = -4$, $\lim_{x \uparrow 2} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \downarrow 2} f(x) = 3$,

f je naraščajoča na $(-\infty, -2)$ in $(5, \infty)$, f je padajoča na $(-2, 2)$ in $(2, 5)$,

f je konveksna na $(-\infty, -5)$ in $(2, 4)$, f je konkavna na $(-5, 2)$, $(4, 5)$ in $(5, \infty)$.

- (2) Čim bolj natančno nariši graf funkcije f (določi definicijsko območje, ničle, simetrijo, periodičnost, limite na robu definicijskega območja in asimptote, intervale naraščanja in padanja, lokalne ekstreme; če je smiselno, določi tudi intervale konveksnosti in konkavnosti ter prevoje). Natančno opiši obnašanje v bližini 'zanimivih' točk.

(a) $f(x) = x^4 - x^2$ (b) $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 + 1}$ (c) $f(x) = 2 \sin x + \cos 2x$

(d) $f(x) = \arctg \frac{1-x}{1+x}$ (e) $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ (f) $f(x) = x(\ln x)^2$

(g) $f(x) = x \frac{1 - \ln x}{1 + \ln x}$ (h) $f(x) = (1 - x^2)e^{-x}$ (i) $f(x) = xe^{-1/x^2}$

(j) $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2}}$ (k) $f(x) = x^{2/3}(1-x)^{2/3}$ (l) $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-3}} - x$

- (3) Poišči enačbo tangente v poljubni točki na krivulji K , kjer je K podana v parametrični obliki z enačbama

$$x(t) = t - \sin t, \quad y(t) = 1 - \cos t.$$

Za poljubno točko $T = T(t)$ na krivulji K označimo s $P(t)$ (oziroma s $Q(t)$) presečišče tangente na K v točki $T(t)$ z x -osjo (oziroma z y -osjo). Naj bo f funkcija, ki točki na krivulji priredi kvocient kvadratov razdalj med točkama $T(t)$ in $P(t)$ ter med točkama $T(t)$ in $Q(t)$. Poišči $\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$.

Tangenta v točki $(x(t), y(t))$ je $y - 1 + \cos t = \frac{\sin t}{1 - \cos t}(x - t + \sin t)$. Limita je $9/4$.