

ANALIZA 1  
2. domača naloga

- (1) Pokaži, da  $\sqrt{2} + \sqrt{17}$  ni racionalno število.
- (2) Naj bo  $n$  naravno število. Pokaži, da sta  $\sqrt{n + \sqrt{n}}$  in  $\sqrt{\frac{n+1}{n}}$  iracionalni števili.
- (3) Naj bodo  $a, b, c, d$  neničelna racionalna števila in  $x$  iracionalno število. V kakšni zvezi morajo biti  $a, b, c, d$ , da bo  $\frac{ax + b}{cx + d}$  racionalno število.

$$\boxed{ad = bc}$$

- (4) Poišči vse realne  $x$ , ki ustrezajo neenačbi

$$\frac{x^2 + 10x - 29}{x^2 - 15x + 26} > -1.$$

$$\boxed{x \in (-\infty, -1/2) \cup (2, 3) \cup (13, \infty)}$$

- (5) Reši neenačbe:

(a)  $|x - 1| < x + 4$

(b)  $|2x - 3| < x^2$

(c)  $|x + |2x + 4|| \geq 2$

(d)  $|x - 1| - |x + 2| < 3$

(e)  $\left| \frac{x}{x + 4} \right| \geq 1$

(f)  $\left| \frac{x + 4}{3x + 2} \right| > \frac{1}{x}$

(g)  $||x + 1| - |2x - 1|| \leq 1$

(h)  $|x^2 - x| - |x| < 8$

(i)  $\sqrt{1 - x} - \sqrt{x} > \frac{3}{\sqrt{5}}$

(j)  $\sqrt{2x + 1} < \frac{x + 2}{2 - x}$

(k)  $\sqrt{1 + x} + \sqrt{1 - x} > 1$

(l)  $x + \frac{x + 2}{\sqrt{x + 1}} \geq 2$

(a)  $x > -3/2$

(b)  $x \notin [-3, 1]$

(c)  $(-\infty, -6] \cup \{-2\} \cup [-2/3, \infty)$

(d)  $(-2, \infty)$

(e)  $(-\infty, -4) \cup (-4, -2]$

(f)  $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (-\frac{2}{3}, 0) \cup (1, \infty)$

(g)  $[-1/3, 1/3] \cup [1, 3]$

(h)  $(-2\sqrt{2}, 4)$

(i)  $\emptyset$

(j)  $[-1/2, 0) \cup (0, 2)$

(k)  $[-1, 1]$

(l)  $(-1, 2 - 2\sqrt{2}] \cup [0, \infty)$

*Naloga za ponovitev lastnosti števil*

- (6) Pokaži, da je ulomek  $\frac{21n+4}{14n+3}$  okrajšan za vsako naravno število  $n$ .
- (7) Dokaži:
- (a) Za vsako naravno število  $n$ , ki ni deljivo s 3, ima  $n^2$  ostanek 1 pri deljenju s 3.
- (b) Če sta  $p$  in  $8p^2 + 1$  praštevili, potem je  $p = 3$ .
- (8) Naj bosta  $p, q > 3$  praštevili. Pokaži, da 24 deli  $p^2 - q^2$ .