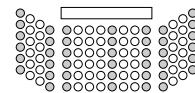


Analiza 3: 1. izpit

30. 1. 2014

Čas pisanja je 120 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek



Sedež (2.01)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Za odvedljivo funkcijo y na \mathbb{R} , definirajmo x_* kot presečišče normale na graf funkcije y v točki $(x, y(x))$ z abscisno osjo. Naj bo $P(x)$ ploščina lika, ki ga omejujeta graf funkcije y nad intervalom $[0, x]$ za $x > 0$ in abscisna os. Poišči vse dvakrat zvezno odvedljive funkcije y na $[0, \infty)$ in $a \in \mathbb{R}$, da bo za vse $x > 0$ veljalo

$$P(x) = x_* + a,$$

iskana funkcija pa bo zadoščala $y(1) = 3$ in $y'(1) = 1$.

2. naloga (25 točk)

Dokaži, da obstaja natanko ena dvakrat zvezno odvedljiva rešitev Cauchyjeve naloge

$$y'' = \operatorname{arctg}(xy'), \quad y(0) = 301^{2014}, \quad y'(0) = 0$$

in jo določi.

3. naloga (25 točk)

Podani so matrika

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

vektor $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ in vektorska funkcija $\vec{f}(t) = \begin{bmatrix} 2t \\ 12t^2 \\ -2t \end{bmatrix}$. Reši vektorsko diferencialno enačbo

$$\dot{\vec{x}} = (B\vec{x}) \times \vec{a} + \vec{f}.$$

4. naloga

Poišči tisto ekstremalo funkcionala

$$I[y] = \int_1^2 (x^2 y'^2 + 6y^2 + 4x^2 y') dx,$$

ki zadošča $y(2) = -4$.