

2. naloga (25 točk)

Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y'^2 = x + y.$$

Če obstaja, določi še singularno rešitev.

3. naloga (25 točk)

Podana je Cauchyjeva naloga

$$y' = \frac{1}{x^2 + y^2}, \quad y(0) > 0.$$

a) Dokaži, da ima zgornja Cauchyjeva naloga enolično zvezno odvedljivo rešitev, ki je definirana na celotni realni osi.

b) Dokaži, da obstaja končna limita

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x).$$

4. naloga (30 točk)

Ali obstaja zvezno odvedljiva nenegativna naraščajoča funkcija y , definirana na intervalu $[0, \infty)$ z naslednjo lastnostjo: za vse $x > 0$ je dolžina grafa funkcije y nad intervalom $[0, x]$ enaka abscisi presečišča tangente na graf funkcije y v točki $(x, y(x))$ z abscisno osjo? Odgovor utemelji!