

ANALIZA 3 - 2. kolokvij

23. 1. 2012

Ime in priimek:

Vpisna št.:

1. Poišči splošno rešitev naslednjega linearnega sistema NDE

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 & -9 \\ 16 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

2. Če veš, da sta

$$\vec{x}_1(t) = \begin{pmatrix} 1 - 4t^2 \\ t(1 - 2t^2) \\ t^2(1 - 2t^2) \end{pmatrix} \quad \text{in} \quad \vec{x}_2(t) = \begin{pmatrix} 2t^2 \\ t^3 \\ t^4 \end{pmatrix}$$

rešitvi linearnega sistema NDE

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \frac{1}{2t^3} \begin{pmatrix} 8t^2 & 11t & -19 \\ 4t^3 & 5t^2 & -7t \\ 4t^4 & 5t^3 & -5t^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

poišči njegovo splošno rešitev.

3. Poišči vse ekstremale funkcionala

$$I[y] = \int_0^1 (y^2(x) + 4y'^2(x)) dx$$

na prostoru $C^1[0, 1]$ funkcij, ki zadoščajo vezi

$$y^2(1) - y^2(0) = 1.$$

Pomoč: Najprej vez zapiši v običajni integralni obliki.

4. Na prostoru funkcij iz $C^1[-1, 1]$, ki zadoščajo pogoju $y(-1) + y(1) = 0$, poišči vse ekstremale funkcionala

$$I[y] = \left[\int_{-1}^1 (1 + y'^2(x)) dx \right] \cdot \left[\int_{-1}^1 e^{-y'(x)} dx \right]$$

tako, da določiš krepki odvod funkcionala DI_y , odtod določiš pogoje, ki jim mora ustrezati ekstremala in vse ekstremale poiščeš.