

IME IN PRIIMEK: _____

VPISNA ŠT.:

--	--	--	--	--	--	--	--

PREDAVALNICA: _____

VRSTA: _____

SEDEŽ: _____

2. kolokvij iz Analize 3

10. januar 2013

(1) Reši naslednjo diferencialno enačbo.

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^2 \ln x + \cos(\ln x)$$

(2) Podan je sistem

$$\dot{x} = -\frac{x}{t} + y + t^2$$

$$\dot{y} = -\frac{2x}{t^2} + \frac{y}{t} + t$$

(a) Poišči tako funkcijo $x(t)$, da $\begin{bmatrix} x(t) \\ 2 \end{bmatrix}$ reši prirejen homogeni sistem.(b) Poišči rešitev sistema, ki zadošča $x(1) = -y(1) = 1$.

(3) Poišči vse ekstremale funkcionala

$$I[y] = \int_0^1 y'^2(x) dx,$$

ki zadoščajo vezem $y(0) = y(1) = 0$ in

$$\int_0^1 y^2(x) dx = 2.$$

(4) Naj bodo $A(t), B(t), C(t)$ in $D(t)$ zvezne matrične funkcije iz zaprtega intervala \mathcal{I} v $\mathbb{R}^{n \times n}$.

(a) Reši spodnji sistem in določi razsežnost vektorskega prostora rešitev. Odgovor utemelji.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BY \\ \dot{Y} &= CX + DY \end{aligned}$$

(b) Naj bo $\text{sl}(A) = 0$, $D = 0$, matriki B, C pa naj bosta številski. Naj bo Z nesingularna matrična rešitev pripadajočega linearnega sistema sistema iz(a). Dokaži, da je $\det(\dot{Z}(t))$ konstanta.